平成２８年度卒業研究概要

一様ステップ法が作る方陣のある性質

中等教育教員養成課程　数学専攻　京屋 朝香

本論文では, まず方陣の定義から始め, 一様ステップ法と呼ばれる方陣を作る方法を与える. また方陣に対する 4 つの性質, 充満, マジック, 対角マジック, 対称を定義する. 次に, $0, 1, \ldots, n^2-1$ を一様ステップ法で配置した方陣がそれらの性質を満たすための十分条件 (命題 5, 命題 6, 命題 7, 命題 8) を与える. そして, 本論文の主定理である, $n \times n$ 方陣に配置する n^2 個の整数を一般の等差数列に拡張した次の定理を示す.

定理 1. $\{a_m\}$ を項数が n^2 であるような任意の等差数列とする. $0 \leq j \leq n^2-1$ に対し, a_j を配置するセルの座標を $(x_j,\ y_j)$ とし, 一様ステップ法で $a_0, a_1, \ldots, a_{n^2-1}$ の n^2 個の整数を用いて $n \times n$ 方陣を作る. このとき, 命題 5, 命題 6, 命題 7, 命題 8 が成り立つ.

本論文の最後に, この定理 1 の応用として, $0, 1, \ldots, n^2-1$ を一様ステップ法で配置した充満, マジック, 対称のうちいずれかを満たす $n \times n$ 方陣 B_0 に対し, 次の 2 つを満たすような $n^2 \times n^2$ 方陣 B を作る方法を与える.

(i) B には $0, 1, \ldots, (n^2)^2-1$ の $(n^2)^2$ 個の整数が並び, B は B_0 の性質を満たす.

(ii) B を n^2 個の $n \times n$ 方陣に分割すると, それらはすべて B_0 の性質を満たす.

例 3. 以下のような 3×3 方陣を与え, B_0 とおく. B_0 は $0, 1, \ldots, 8$ を一様ステップ法で配置した, 充満かつマジックかつ対称な方陣である. $j \in \{0, 1, \ldots, 8\}$ に対し, B_0 の各セルの数に $9j$ を足した方陣を B_j とする. 9 個の 3×3 方陣 B_j を, B_0 を作った一様ステップ法で 3×3 のセルに配置すると, (i), (ii) を満たす 9×9 方陣 B ができる.

5	6	1
0	4	8
7	2	3

3×3 方陣 B_0

$5+9j$	$6+9j$	$1+9j$
$0+9j$	$4+9j$	$8+9j$
$7+9j$	$2+9j$	$3+9j$

3×3 方陣 B_j

50	51	46	59	60	55	14	15	10
45	49	53	54	58	62	9	13	17
52	47	48	61	56	57	16	11	12
5	6	1	41	52	37	77	78	73
0	4	8	36	40	44	72	76	80
7	2	3	43	38	39	79	74	75
68	69	64	23	24	19	32	33	28
63	67	71	18	22	26	27	31	35
70	65	66	25	20	21	34	29	30

9×9 方陣 B