

本論文では, $F_n = 2^{2^n} + 1$ と表されるフェルマー数, $M_n = 2^n - 1$ と表されるメルセンヌ数, $R_n(a) = a^{n-1} + a^{n-2} + \cdots + a + 1$ と表されるレピュニット数について扱い, これらの素因子または因子の形を考察する.

フェルマー数, メルセンヌ数の素因子については次の定理が知られている.

定理 1. $n \in \mathbb{N}$ ($n > 1$) とし, p をフェルマー数 F_n の素因子とする. このとき, p はある自然数 m を用いて,

$$p = m \cdot 2^{n+2} + 1$$

とかける.

定理 2. p を奇素数とし, q をメルセンヌ数 M_p の素因子とする. このとき, q はある自然数 l を用いて,

$$q = 2lp + 1$$

とかける.

これらの定理を拡張し, レピュニット数に対する次の結果を得た.

定理 12. p を素数とし, q をレピュニット数 $R_p(a)$ の素因子とする. このとき, q は

$$q = p$$

であるか, ある自然数 k を用いて

$$q = kp + 1$$

とかける.

さらに, 本論文ではこの定理の素因子の形を因子の形にまで拡張した次の定理を示している.

定理 13. p を素数とし, d をレピュニット数 $R_p(a)$ の約数とする. このとき, d は

$$d \equiv 0 \pmod{p}$$

であるか, ある 0 以上の整数 k を用いて,

$$d = kp + 1$$

とかける.