平成２７年度卒業研究概要

ウィルソンの定理とその 4 つの証明

中等教育教員養成課程　数学専攻　佐野 裕基

本論文ではウィルソンの定理を扱う. ウィルソンの定理とは, 次に示す定理である.

定理. 素数 p に対して,

$$(p-1)! \equiv -1 \pmod{p}$$

が成り立つ.

この定理の証明法は複数存在しており, 最初の証明は 1773 年に, ラグランジュによって示された. 本論文では, 上で述べたウィルソンの定理の証明を 4 つの方法で示す. 証明に用いる主な定理を挙げる.

原始根の存在定理. 素数 p に対して,

$$^{\exists}g \in \mathbb{Z} \ \text{ s.t. } \ \mathrm{ord}_p(g) = p-1$$

が成り立つ.

フェルマーの小定理. p を素数とする. このとき, p と互いに素な $n \in \mathbb{Z}$ に対して,

$$n^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$$

が成り立つ.

オイラーの公式. $n \in \mathbb{N},\ a \in \mathbb{Z}$ に対して,

$$n! = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k} (a-k)^n$$

が成り立つ.

以下で, 本論文の構成を述べる.

1 節では, ウィルソンの定理の証明に用いるフェルマーの小定理や原始根に関する定理, オイラーの公式等の準備をする.

2 節では, ウィルソンの定理を 4 つの方法で証明する. 証明 1 では, 原始根の存在定理と 2 次合同式 $x^2 \equiv 1 \pmod{p}$ の解, 証明 2 では, 1 次合同式 $ax \equiv 1 \pmod{p}$ の解の性質と 2 次合同式 $x^2 \equiv 1 \pmod{p}$ の解, 証明 3 では, $p-1$ 次合同式 $x^{p-1} - 1 \equiv 0 \pmod{p}$ とフェルマーの小定理, 証明 4 では, オイラーの公式とフェルマーの小定理を用いる.