

本論文では、フェルマーの小定理に類似した合同式を扱う。フェルマーの小定理とは、次のような定理である。

定理. p を素数とする. $(p, a) = 1$ を満たす整数 n に対して

$$a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$$

が成り立つ。

この定理をもとに、本論文では次の定理を主定理とし、その証明をすることを目的としている。

定理 1. 2 以上の整数 a に対して, $a^n \equiv -1 \pmod{n}$ を満たす整数 n が無限に存在する。

更に、考察対象とする合同式を取り替え、次の 2 つの定理を証明した。

定理 3. $2^n \equiv -2 \pmod{n}$ を満たす整数 n が無限に存在する。

定理 5. $2^{n+1} \equiv -1 \pmod{n}$ を満たす整数 n が無限に存在する。

そして、この 2 つの定理を次のような形に拡張し問題とした。

問題 1. 2 以上の整数 a に対して、

(1)
$$a^n \equiv -2 \pmod{n}$$

を満たすような自然数 n は無限に存在するか。

問題 2. 2 以上の整数 a に対して、

(2)
$$a^{n+1} \equiv -1 \pmod{n}$$

を満たすような自然数 n は無限に存在するか。

これらの問題に対し、(1) を満たし $n \equiv a \pmod{2}$ となる n が無限に存在するならば、(2) を満たす n が無限に存在することを示すことはできたが、それぞれの問題については未解決である。これを今後の研究課題とする。