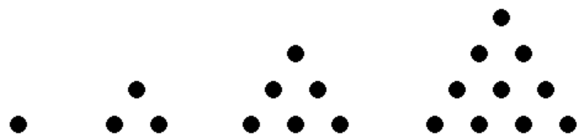
平成２７年度卒業研究概要

碁石を並べてできる数 ―三角数と四面体数, そして k 次元へ―

初等教育教員養成課程　数学選修　林 真衣

本論文では, 三角数, 四面体数, k 胞体数について考察する.

三角数とは, 以下の図のように碁石を正三角形状に並べたとき, 碁石の総数として現れる数のことであり, 小さい順に $1, 3, 6, 10, \ldots$ と続いていく.



三角数における様々な性質のうち, 本論文では, 以下の命題を証明している.

命題 1.7. n 番目の三角数を t_n と表す. このとき, $^{\forall}a,\ b \in \mathbb{N}$ に対し,

$$t_{a+b} = t_a + t_b + ab, \quad t_{ab} = t_a t_b + t_{a-1} t_{b-1}$$

が成り立つ.

命題 1.9. 三角数かつ四角数である数 (平方三角数) は無数に存在する.

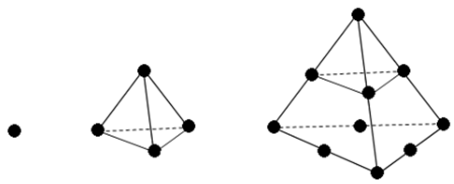
命題 1.13. $^{\forall}s \in \mathbb{N}\,(s \neq 2)$ に対し, 方程式

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_s} = 1$$

は, すべてが三角数の解 $(x_1, x_2, \ldots, x_s)$ をもつ.

命題 2.4. どの二つも互いに素な三角数の無限増加数列は存在する.

四面体数は, 以下の図のように, 碁石を正四面体状に並べたとき, 碁石の総数として現れる数のことである.



さらに, $n \in \mathbb{N}$ に対して, n 番目の k 胞体数 $A_k(n)$ を

$$A_k(n) = \sum_{m=1}^{n} A_{k-1}(m)$$

で定義する.

本論文では, 命題 1.7, 1.9, 1.13 を四面体数に拡張し, また命題 2.4 を k 胞体数に拡張している.