令和7年度卒業研究概要

ネイピア数と円周率の有理数乗の無理数性について

学校教員養成課程　義務教育専攻　算数･数学専修　平松 永詩

私は小学生のころから数学が好きで得意だった. 理論を理解すれば様々な問題を解けるようになり, 解けたときの達成感が私を数学好きにさせた. そして, 次第に数学の面白さにはまっていった. 私が考える数学の面白さは2つあり, 様々な解き方が存在すること, そして不思議や謎が多く含まれていることである. 整数論にはこれら2つの点が十分に含まれていると考える. 例えば, 素数が無限に存在することを示す方法として, 背理法による証明やフェルマー数を用いた証明などが知られており, 同一の命題に対して複数の異なる証明が存在する. このように, 1つの問題に対して多様な視点から考察できる点は, 整数論の大きな特徴の1つである. また, 整数論には, 問題の記述が非常に単純であるにもかかわらず, その解決が極めて困難な問題が数多く存在する. 双子素数予想やゴールドバッハ予想はその代表例であり, いずれも簡単に記述できる問題であるが, 現在に至るまで完全な解決には至っていない. このような点は, 整数論が多くの不思議や謎を含む分野であることを端的に示している. 一般に, 自分が関心を持った対象については, その魅力を多くの人と共有したいと考えるものであり, 数学についてもその例外ではない. 整数論は, 素数や整数のような馴染み深い数を扱うため, 数学が苦手な人にも比較的親しみやすく数学の魅力を伝えるにも題材として適していると感じた. そのような理由から, 私はこのゼミを選んだ.

本論文の前半では, 次の定理を示すことを目標とする.

定理 1. e は無理数である.

定理 2. $^\forall q \in \mathbb{Q}$ $(q \neq 0)$ に対して, e^q は無理数である.

定理 3. π および π^2 は無理数である.

本論文の後半では, 次の定理の証明法を考察する.

定理 4. $^\forall q \in \mathbb{Q}$ $(q \neq 0)$ に対して, π^q は無理数である.

この定理は, π が超越数であることを利用すれば証明可能であるが, 本論文では, 円周率の二乗の無理数性の証明と同じ方針によるアプローチを試みる.