令和 4 年度卒業研究概要

素数に関する 2 つの定理とその拡張

中等教育教員養成課程　数学専攻　花井 求樹

本論文の目的は 2 つある．まず 1 つ目は, 次に述べる素数に関する 2 つの定理を証明をすることである．

定理 1. 素数 p について,

$$(p-1)! \equiv -1 \pmod{p}$$

が成り立つ．

定理 2. p を奇素数とする．また, 式

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{p-1}$$

を既約分数に表したものを A_p/B_p とする．このとき,

$$A_p \equiv 0 \pmod{p}$$

が成り立つ．

2 つ目は, この 2 つの定理を拡張した次の定理を証明することである．

定理 3. m を正の整数とする．また, $b_1, b_2, \ldots, b_{\varphi(m)}$ を 1 と m の間で m と互いに素な整数とし, $B = b_1 b_2 \cdots b_{\varphi(m)}$ とする．このとき,

$$B \equiv \pm 1 \pmod{m}$$

が成り立つ．

定理 4. $m \in \mathbb{Z}\,(m \geq 3)$ とする．$b_1, b_2, \ldots, b_{\varphi(m)}$ を 1 と m の間で m と互いに素な整数とする．式

$$\frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2} + \frac{1}{b_3} + \cdots + \frac{1}{b_{\varphi(m)}}$$

を既約分数に表したものを A_m/B_m とする．このとき,

$$A_m \equiv 0 \pmod{m}$$

が成り立つ．

さらに本論文の最後では, 定理 4 の A_m に対して,

$$A_m \equiv 0 \pmod{m^2}$$

がいつ成り立つのかを, 実験結果を交えて紹介する．