

第17回福岡数論研究集会

本研究集会は、一部日本学術振興会科学研究費基盤研究 (A) JP21H04430, 挑戦的研究 (開拓) JP21K18141 (研究代表者: 金子昌信) の補助を受けています。

日時: 2025 年 9 月 2 日 (火) – 9 月 3 日 (水)

場所: 九州大学 (伊都キャンパス)

IMI オーディトリウム (ウエスト 1 号館 D 棟 4 階 D413)

福岡市西区元岡 744

プログラム

9 月 2 日 (火)

9:55 – 10:00 Opening

10:00 – 11:00 許斐 豊 (名城大学)

同じ判別式と単数基準を持つ有理数体上の虚の 4 次ガロア拡大の
ペアの無限族について

11:30 – 12:30 Kwang-Seob Kim (Chosun University)

類数が 5 の倍数である虚二次体の新たな族について

14:30 – 15:30 東谷 仁 (京都大学)

On the period of the Ikeda-Yamana lift for unitary group $U(n, n)$

16:00 – 17:00 戸次 鵬人 (佐賀大学)

閉測地線から定まるモジュラー曲線のホモロジー類について

18:30 – 懇親会

9月3日(水)

10:00 – 11:00 後藤 新裕 (九州大学)

On some inadmissible values of the Fourier coefficients of some
cusp forms with level 1 or 2

11:30 – 12:30 松村 英樹 (東京都立大学)

楕円デザインと Prouhet-Tarry-Escott 問題

14:30 – 15:30 喜納 勝海 (九州大学)

Multiple $\wp$ -functions and their applications

16:00 – 17:00 篠原 健 (名古屋大学)

Stirling 数を用いた多重ゼータ (スター) 関数の非正整数点にお
ける特殊値の明示式とその応用について

17:00 – 17:05 Closing

※ 研究集会の最新情報は下記アドレスでご確認ください。

<http://www.auemath.aichi-edu.ac.jp/teacher/ykishi/FSNT/25-fukuokaNT.html>

世話人： 金子 昌信 (九州大学) mkaneko[at]math.kyushu-u.ac.jp
権 寧魯 (九州大学) ygon[at]artsci.kyushu-u.ac.jp
岸 康弘 (愛知教育大学) ykishi[at]aecc.aichi-edu.ac.jp
松坂 俊輝 (九州大学) matsusaka[at]math.kyushu-u.ac.jp

講演内容

許斐 豊（名城大学）

同じ判別式と単数基準を持つ有理数体上の虚の 4 次ガロア拡大のペアの無限族について

本講演では、同じ単数基準と判別式をもつ有理数体上の虚の 4 次拡大のペアの無限族の構成方法について述べる。さらに、同じ判別式、単数基準、類数を持つ異なる虚の 4 次ガロア拡大体のペアの例を与える。本講演の内容は、学習院大学の飯塚義睦氏との共同研究に基づくものである。

Kwang-Seob Kim（Chosun University）

類数が 5 の倍数である虚二次体の新たな族について

この講演では、Fibonacci 数列に基づく以下の形の虚二次体 $\mathbb{Q}(\sqrt{-D_s})$ 、ただし $D_s = F_{10s+5}/5$ (F_n は n 番目の Fibonacci 数) に対し、その類数 (class number) が常に 5 で割り切れるという結果を紹介します。特に、先行研究では未解決だった $s \equiv 0 \pmod{20}$ の場合にも対応できるよう、分岐の精密な解析を用いて証明を与えます。証明では、特定の 5 次多項式の分解体が D_5 型の Galois 拡大であることを利用し、さらにその拡大が $\mathbb{Q}(\sqrt{-D_s})$ 上で非分岐な C_5 拡大を含むことを示します。このとき、Fibonacci 数と Lucas 数に関する合同式や分解の既約性判定、Sase の分岐基準などが鍵となります。

東谷 仁（京都大学）

On the period of the Ikeda-Yamana lift for unitary group $U(n, n)$

Ikeda lift in unitary case defined over rational field is constructed by Ikeda, and Yamana extended it to the case of a totally real field. On the other hand, Katsurada gave an explicit formula for the relation between the period of the Ikeda lift and the L-function of the original modular form. In this talk, the speaker extends Katsurada's result to the case of the Ikeda-Yamana Lift.

戸次 鵬人（佐賀大学）

閉測地線から定まるモジュラー曲線のホモロジー類について

モジュラー曲線上の閉測地線たちは、実 2 次体の数論やテータ対応などに関わる興味深い対象である。本講演では、これらの閉測地線から定まるモジュラー曲線のホモロジー類が生成する $SL(2, \mathbb{Z})$ の群コホモロジーの部分群の大きさと、実 2 次体のゼータ関数値への応用について、Harder による Eisenstein 類の分母の研究との関連や最近得られた観察なども含めて解説したい。本講演は、筑波大学の坂本龍太郎氏との共同研究に基づく。

後藤 新裕（九州大学）

On some inadmissible values of the Fourier coefficients of some cusp forms with level 1 or 2

Ramanujan の τ 関数は重さ 12、レベル 1 の新形式である Δ 関数の Fourier 係数として知られている。 τ 関数は常に非零であるという Lehmer 予想は 1947 年に提出されて以来現在に至るまで未解決である。近年、Lehmer 予想の変化形として、Balakrishnan, Ono, Craig, Tsai, Dembner-Jain らを中心に、 ± 1 や $\pm \ell, \pm 2\ell, \pm 2\ell^2, \pm 2\ell^3$ などの値が τ 関数の値には現れないことが示された。ここで、 ℓ は 100 未満の奇素数である。今回講演者は 1000 未満の奇素数 ℓ に対し、 $\pm \ell, \pm 2\ell, \pm 4\ell, \pm 8\ell$ などの値に対し、いくつかの例外を除き τ 関数の値として現れないことを示した。また、類似の結果を重さ 8、レベル 2 の新形式に対しても得ることができたので併せて紹介したい。

松村 英樹（東京都立大学）

楕円デザインと Prouhet-Tarry-Escott 問題

澤正憲氏との共同研究 (arXiv:2502.17106) により、Prouhet-Tarry-Escott (PTE) 問題と楕円デザインを初めて関連付けた。楕円デザインとは、ある次数までの多項式の重み付き積分を有限個の点での関数値の（重み付き）和として与える楕円上の有限集合であり、単位円周上の球面デザインの一般化である。PTE 問題とは、ある次数までの冪和が一致するような整数の多重集合を求めるディオファントス問題である。本講演では以下の結果を紹介する。

- 楕円デザインの組から座標が全て有理数となる PTE 問題の解を得た。
- Borwein による PTE 問題の解の無限系列を 2 次元化し、Alpers-Tijdeman による 2 次元 PTE 問題の解の無限系列と同値であることを証明した。

時間が許せば、最近の組合せデザインと PTE 問題を関連付ける研究（稲垣宗矩氏、澤氏、内田幸寛氏との共同研究）についてもお話ししたい。

喜納 勝海（九州大学）

Multiple $\wp$ -functions and their applications

本講演では、楕円関数論における重要な対象である Weierstrass $\wp$ -関数を多重化した多重 $\wp$ -関数を導入し、考察する。多重 $\wp$ -関数は二重周期性を持ち、古典的な楕円関数の理論から逸脱しないが、そのために、 $\wp$ -関数の多項式として書き表せ、その係数には多重 Eisenstein 級数が現れる。我々は、この多項式の明示式を与え、その応用として得られる楕円関数、多重 Eisenstein 級数に関する幾つかの結果を示す。

篠原 健（名古屋大学）

Stirling 数を用いた多重ゼータ (スター) 関数の非正整数点における特殊値の明示式とその応用について

一般に非正整数点（全ての変数が 0 以下の整数となる点）は多重ゼータ関数（以下 MZF と書きます）の不確定特異点になることが知られています。そのため考える点への近づき方によって値が変わってしまいますが、さまざまな研究者によって「regular 値, reverse 値」, 「繰り込み値」, 「desingularized 値」等の値とその性質が研究されてきました。Riemann ゼータ関数の非正整数点における値が Bernoulli 数で表される、という古典的な結果同様に上記の “MZF の非正整数点における値” たちはすべて Bernoulli 数で書けることがわかっています。今回組み合わせ論的な考察をもとに、Stirling 多項式を使って MZF の非正整数点での値を書けることがわかったのでこの結果についてお話ししたいと思います。また多重ゼータスター関数についても同様の結果が得られること、応用として MZF の任意の非正整数点における reverse 値が一般化 Gregory 係数 (Matsusaka, Murahara, Onozuka, 2025) を用いて表されることについても触れたいと思います。本講演は石井世二氏 (元名大, この 3 月に修士を出ました) との共同研究に基づきます。