# 双曲的曲線とその配置空間に付随した 数値的不変量の群論性について

南出新(京都大学)

#### 概要

X を標数 0 の代数閉体上の種数  $g_X$ , カスプの数  $r_X$  の双曲的曲線とします. 一般には、組  $(g_X,r_X)$  を, X のエタール基本群から群論的に復元することは出来ません. 本稿では、X の高次配置空間のエタール基本群から組  $(g_X,r_X)$  が群論的に復元出来る、という結果を紹介したいと思います.

本稿の内容は、望月新一氏、星裕一郎氏との共同研究 ([HMM]) に基づきます.

#### 1 序論

以下, 本稿では, 連結ネータースキームXに対し, そのエタール基本群を

$$\pi_1(X)$$

であらわすこととします. 本稿では, **遠アーベル幾何** (例えば, [NTM] を参照) に起源を持つ, 次のような問題について考察します:

問題 1.1. X に付随した様々な幾何的データを,  $\pi_1(X)$  から "群論的に復元" 出来るか.

例えば、次のような (0次元の) 例を考えてみましょう:

K を混標数局所体,  $\overline{K}$  を K の代数閉包,  $p_K$  をその剰余標数,  $d_K \stackrel{\mathrm{def}}{=} [K:\mathbb{Q}_{p_K}]$ ,

$$X \stackrel{\text{def}}{=} \operatorname{Spec}(K)$$

とします. この時, よく知られているように,  $\pi_1(X)$  は K の絶対ガロア群

$$G_K \stackrel{\mathrm{def}}{=} \mathrm{Gal}(\overline{K}/K)$$

と自然に同一視されます. 従って, この場合, 問題 1.1 は次のように言い換えられます:

問題 1.2. K に付随した様々な体論的データを,  $G_K$  から "群論的に復元" 出来るか.

以下, 副有限群 G に対し, そのアーベル化 (即ち, G の交換子群の閉包による商) を,  $G^{ab}$  と書くことにします. ここで, 次のような事実を思い出しましょう:

事実 1.3 (混標数局所体の絶対ガロア群のアーベル化の構造).

$$G_K^{\mathrm{ab}} \ \cong \ \mathbb{Z}/(p_K^c-1)\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}/p_K^{c'}\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}_{p_K^c}^{d_K}\times\widehat{\mathbb{Z}},$$

ここで, c はある正整数, c' はある非負整数. 特に,

 $\{p_K\} = \{l : 素数 \mid \dim_{\mathbb{Q}_l}(G_K^{\mathrm{ab}} \otimes_{\widehat{\mathbb{Z}}} \mathbb{Q}_l) \ge 2\}, \quad d_K = \dim_{\mathbb{Q}_{p_K}}(G_K^{\mathrm{ab}} \otimes_{\widehat{\mathbb{Z}}} \mathbb{Q}_{p_K}) - 1$ が成り立つ.

この事実 1.3 を用いることで、問題 1.2 に対する一つの解答が得られます. それは、

 $p_K, d_K$  という体論的データを,  $G_K$  から復元する, **群論的アルゴリズム**が存在する

というものです. 正確には、次の命題 1.4 のように述べられます. 以下、本稿では、ある混標数局所体の絶対ガロア群と同型な位相群を、 $\mathbf{MLF}$  型位相群 $^1$  と呼ぶことにします.

**命題 1.4**  $((p_K, d_K)$  の群論的復元アルゴリズム). MLF 型位相群 G を "入力" すると, ある素数 p(G) とある正整数 d(G) の組

を "出力" するアルゴリズムであって, 次の条件 (a), (b) をみたすものが存在する:

(a) アルゴリズムは**群論的**, 即ち, その"手順"は"入力データ"の位相群構造のみに依存した言葉で記述される. 特に二つの同型な"入力データ" $G_1, G_2$ に対して,

$$(p(G_1), d(G_1)) = (p(G_2), d(G_2))$$

が成り立つ.

(b)  $G \cong G_K$  の時,  $(p(G), d(G)) = (p_K, d_K)$  が成り立つ.

具体的には、そのアルゴリズムは以下の通り:

(i) "入力データ"G に対し、素数からなる集合

$$\{l: \text{$\sharp$} \text{$\sharp$} \mid \dim_{\mathbb{Q}_l}(G^{\mathrm{ab}} \otimes_{\widehat{\mathbb{Z}}} \mathbb{Q}_l) \geq 2\}$$

を考える. これは, 事実 1.3 より, 一元集合になる. そこで, その唯一の素数を p(G) と定める.

(ii) (i) で定義した素数 p(G) を用い,  $d(G) \stackrel{\mathrm{def}}{=} \dim_{\mathbb{Q}_{p(G)}} (G^{\mathrm{ab}} \otimes_{\widehat{\mathbb{Z}}} \mathbb{Q}_{p(G)}) - 1$  と定める.

特に、このような群論的復元アルゴリズムの存在は、次の系を導きます:

系 1.5  $((p_K, d_K))$  の群論性). L を混標数局所体,  $p_L$  をその剰余標数,  $d_L \stackrel{\text{def}}{=} [L:\mathbb{Q}_{p_L}]$  とする. また, 位相群の同型  $G_K \cong G_L$  が存在すると仮定する. この時,

$$(p_K, d_K) = (p_L, d_L)$$

が成り立つ.

**注意 1.6.** 実際には,  $(p_K, d_K)$  の他にも, 様々な体論的データが  $G_K$  から復元出来ることが知られています. また, K として, 混標数局所体の代わりに**数体**を考えた場合には, K(の体構造) 自身が  $G_K$  から復元出来ることが知られています. 詳細は, [H] を参照ください.

それでは、次に、本稿の主役の一つである、標数 0 の代数閉体上の曲線の場合について、問題 1.1 を考察してみましょう. 以下、本稿では、標数 0 の代数閉体上の非特異射影曲線から、有限 個の (閉) 点を除いて出来る曲線であって、

 $2 \cdot (点を除く前の射影曲線の種数) - 2 + (除いた点の個数) > 0$ 

をみたすものを, 双曲的曲線と呼ぶことにします. この時, 除いた点をカスプ, そして, 点を除く前の射影曲線を, コンパクト化と呼ぶことにします. また, 双曲的曲線の種数を, そのコンパクト化の種数で定義します. では, 問題 1.1 において, X を双曲的曲線とし, 付随する幾何的データとして

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>MLF は, Mixed-characteristic Local Field の略記です.

#### X の種数 $g_X$ と X のカスプの数 $r_X$

を採用してみましょう. この場合、命題 1.4 と類似した、

 $g_X, r_X$  という幾何的データを,  $\pi_1(X)$  から復元する, 群論的アルゴリズム

は存在するでしょうか. 実は, このようなアルゴリズムは存在しない, ということが簡単に確認出来ます. 実際, もしこのようなアルゴリズムが存在したとすると, 系 1.5 の類似として, 次の主張が成り立つはずです: Y を種数  $g_Y$ , カスプの数  $r_Y$  の双曲的曲線とする. また, 位相群の同型  $\pi_1(X) \cong \pi_1(Y)$  が存在すると仮定する. この時,

$$(g_X, r_X) = (g_Y, r_Y)$$

が成り立つ. しかし, 次の事実から, このような主張は, 一般には成立しないことが分かります:

事実 1.7 (双曲的曲線のエタール基本群の構造).

$$\pi_1(X) \cong \langle \alpha_1, \dots, \alpha_{q_X}, \beta_1, \dots, \beta_{q_X}, \gamma_1, \dots, \gamma_{r_X} \mid [\alpha_1, \beta_1] \cdots [\alpha_{q_X}, \beta_{q_X}] \gamma_1 \cdots \gamma_{r_X} = 1 \rangle^{\wedge}$$

— ここで、"[-, -]" は交換子を、右上の "∧" は副有限完備化をあらわす.

この事実 1.7 より, 例えば, 種数 0, カスプの数 4 の双曲的曲線と, 種数 1, カスプの数 2 の双曲的曲線は, どちらも, 階数 3 の自由副有限群  $^2$  と同型なエタール基本群を持つ, ということが従います.

そこで、本稿では、 $(g_X, r_X)$ を "群論的に復元" するために、次のような対象を導入します:

定義 1.8 (双曲的曲線の配置空間). 正整数 n に対して,

$$X_n \stackrel{\text{def}}{=} \{ (x_1, \dots, x_n) \in X^n \mid x_i \neq x_j \ (i \neq j) \}$$

をXのn次配置空間と呼ぶ.

以下,本稿では,ある双曲的曲線の配置空間のエタール基本群と同型な位相群を,配置空間 群と呼ぶことにします.この時,本稿の主定理は次のように述べられます:

定理 **1.9**  $((n, g_X, r_X))$  の群論的復元アルゴリズム). 配置空間群  $\Delta$  を "入力" すると, ある正整数  $n(\Delta)$  を "出力" するアルゴリズムであって, 次の条件 (a), (b) をみたすものが存在する:

- (a) アルゴリズムは**群論的** (命題 1.4 の条件 (a) を参照).
- (b)  $\Delta \cong \pi_1(X_n)$  の時,  $n(\Delta) = n$  が成り立つ.

もし,  $n(\Delta) \geq 2$  であった場合,  $\Delta$  を "入力" すると, ある非負整数の組

$$(q(\Delta), r(\Delta))$$

を "出力" するアルゴリズムであって, 次の条件(c), (d) をみたすものが存在する:

- (c) アルゴリズムは**群論的** (命題 1.4 の条件 (a) を参照).
- (d)  $\Delta \cong \pi_1(X_n)$  の時,  $(g(\Delta), r(\Delta)) = (g_X, r_X)$  が成り立つ.

 $<sup>^2</sup>$ 階数 r の自由群の副有限完備化を、階数 r の自由副有限群と呼びます。

定理 1.9 で述べられているアルゴリズムの詳細は, 定理 5.1 で説明されます. 特に, このような群論的復元アルゴリズムの存在は、次の系を導きます:

系 **1.10**  $((n, g_X, r_X))$  の群論性). Y を種数  $g_Y$ , カスプの数  $r_Y$  の双曲的曲線,  $Y_m$  を Y の m 次配置空間とする. また, 位相群の同型  $\pi_1(X_n) \cong \pi_1(Y_m)$  が存在すると仮定する. この時,

$$n = m$$

が成り立つ. もし,  $n = m \ge 2$  であった場合,

$$(g_X, r_X) = (g_Y, r_Y)$$

が成り立つ.

### 2 配置空間の次元の群論的特徴付け

この§では、配置空間の次元の群論的特徴付けに関する命題を紹介します. 以下、本稿では、ある素数lを固定します. また、副有限群 $\square$ に対し、その最大副l商を $\square^{(l)}$ であらわすこととします. そして、双曲的曲線Xのn次配置空間 $X_n$ に対し、 $\pi_1(X_n)^{(l)}$ を

 $\prod_{n}$ 

と書くことにします.

命題 2.1 (配置空間の次元の群論的特徴付け). 等式

$$n = \max\{s \in \mathbb{N} \mid \mathbb{Z}_l^{\oplus s}$$
と同型な閉部分群  $\subseteq \Pi_n$ が存在する  $\}$ 

が成立する.

この命題は, n, 即ち,  $X_n$  の次元 (という幾何的データ) が, (右辺のような形で) 群論的に記述出来る, ということを主張しています. 命題 2.1 の証明は, [HMM] において与えられています.

### 3 ファイバー部分群の群論的特徴付け

₹3 では.

$$n \ge 2$$

と仮定します. この  $\S$  では、副有限群  $\Pi_n$  から、自然な外部全射

$$\Pi_n \to \Pi_m \ (1 \le m < n),$$

ここで "→" は, 様々な射影  $X_n \to X_m$  から誘導されるもの, を群論的に復元出来るか, ということについて議論します. 以下, 本稿では, 双曲的曲線 X の種数を  $g_X$ , カスプの数を  $r_X$  であらわすこととします.

定義 3.1 (ファイバー部分群, 余曲面部分群, 準余曲面部分群).

(i) m を n 未満の正整数とする. この時, n-m 個の成分を忘れることにより得られる射影  $X_n \to X_m$  から誘導される自然な外部全射  $\Pi_n \twoheadrightarrow \Pi_m$  の核

$$Ker(\Pi_n \twoheadrightarrow \Pi_m)$$

 $\mathbf{e}$ ,  $\Pi_n$  の長さ n-m のファイバー部分群と呼ぶ. 特に, 長さ n-1 のファイバー部分群を,  $\Pi_n$  の余曲面部分群と呼ぶ.

- (ii) G を副 l 群とする. この時, G の閉正規部分群 H であって, 以下の条件 (\*) をみたすもの を, G の準余曲面部分群と呼ぶ.
  - (\*) G/H は副 l 曲面群 $^3$ であり、かつ、階数 2 の自由副 l 群 $^4$ と非同型.

ここで、ファイバー部分群の定義には、"射影  $X_n \to X_m$ " というスキーム論から生じる概念が用いられている、ということに注意しましょう。一方、準余曲面部分群の定義には、"群論的な言葉" しかあらわれません。

ファイバー部分群については, 次の結果が基本的です ([MT], Remark 2.1.2, Proposition 2.4 を参照):

**命題 3.2** (ファイバー部分群の構造).  $F \subseteq \Pi_n$  を長さ n-m のファイバー部分群とする. この時, F は

$$\pi_1(Y_{n-m})^{(l)}$$

— ここで,  $Y_{n-m}$  は種数  $g_X$ , カスプの数  $r_X+m$  のある双曲的曲線 Y の n-m 次配置空間 — と自然に同一視される. また, この同一視のもと,  $\Pi_n$  の長さ n-m-1 のファイバー部分群であって, F に含まれるものは,  $F\cong\pi_1(Y_{n-m})^{(l)}$  の余曲面部分と同一視される.

命題 3.2 の帰結として,

ファイバー部分群の群論的特徴付けを与えるためには, 配置空間群の余曲面部分群の群論的特徴付けを与えれば充分である.

ということが分かります. 実は,  $(g_X, r_X) \notin \{(0,3), (1,1)\}$  の場合, 準余曲面部分群の概念を用いることで, 配置空間群の余曲面部分群を群論的に特徴付けることが出来ます.

命題 3.3 (余曲面部分群の群論的特徴付け).

- (i)  $(g_X, r_X) \notin \{(0,3), (1,1)\} \Leftrightarrow \Pi_n$  に準余曲面部分群が存在する.
- (ii)  $(g_X, r_X) \notin \{(0,3), (1,1)\}$  とし、H を  $\Pi_n$  の閉部分群とする. この時、次が成り立つ:

H は  $\Pi_n$  の余曲面部分群  $\Leftrightarrow$  H は  $\Pi_n$  の極小な準余曲面部分群.

命題 3.3 の証明は, [HMM] において与えられています。特に,  $(g_X, r_X) \notin \{(0,3), (1,1)\}$  の場合, 命題 3.2, 3.3, (ii) を用いることで, ファイバー部分群を群論的に特徴付けることが出来ます。

注意 **3.4.**  $(g_X, r_X) \in \{(0,3), (1,1)\}$  の場合, ファイバー部分群を群論的に特徴付けることは出来ません. 実際,  $(g_X, r_X) \in \{(0,3), (1,1)\}$  の場合, 任意のファイバー部分群  $F \subseteq \Pi_n$  に対し,  $\alpha \in \operatorname{Aut}(\Pi_n)$  であって,  $\alpha(F)$  は  $\Pi_n$  のファイバー部分群にならないものが存在します.

 $<sup>^3</sup>$ 複素数体上のある双曲的曲線のエタール基本群の最大副 l 商と同型な位相群を, **副 l 曲面群**と呼びます.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>階数rの自由群の副l完備化を、階数rの自由副l群と呼びます。

#### 4 種数とカスプの数の群論的特徴付け

§4 でも引き続き,

$$n \ge 2$$

と仮定します.この $\S$ では、副有限群 $\Pi_n$ から、

$$X$$
 の種数  $g_X$  と  $X$  のカスプの数  $r_X$ 

を群論的に復元出来るか、ということについて議論します。まず、命題3.3、(i)を用いることで、

$$(g_X, r_X) \notin \{(0,3), (1,1)\}$$
か あるいは  $(g_X, r_X) \in \{(0,3), (1,1)\}$ か

を群論的に判定出来るので,以下しばらくは,

$$(g_X, r_X) \notin \{(0, 3), (1, 1)\}$$

と仮定しましょう. この時, 命題 3.3, (ii) を用いることで, (正確には,  $\Pi_n$  のある極小な準余曲 面部分群で割ることで,)

$$\Pi_1 \ (= \pi_1(X)^{(l)})$$

を群論的に復元出来ます. ここで、次の結果に注意します. (事実 1.7 の簡単な帰結です.)

補題 4.1 (副 l 曲面群のアーベル化の構造).

- (i)  $r_X > 0 \Leftrightarrow \Pi_1$  は自由副 l 群.
- (ii)  $r_X>0$  (それぞれ,  $r_X=0$ ) の時,  $\Pi_1^{\rm ab}$  は階数  $2g_X+r_X-1$  (それぞれ,  $2g_X$ ) の自由  $\mathbb{Z}_l$  加群になる.

従って,  $\Pi_1$  が自由でない (即ち,  $r_X = 0$ の) 場合,

$$\tfrac{1}{2} \cdot \mathrm{rk}_{\mathbb{Z}_l} \Pi^{\mathrm{ab}}_1$$

を考えることで,  $g_X$  を群論的に復元することが出来ます. 一方,  $\Pi_1$  が自由 (即ち,  $r_X>0$ の) 場合,  $\Pi_1^{\rm ab}$  の階数を考えても,

$$2g_X + r_X - 1$$

という, "和" しか群論的に復元することが出来ません。そこで, 次のような議論を行います。 今,  $(g_X, r_X) \notin \{(0,3), (1,1)\}$  と仮定しているので,  $\Pi_n$  の極小準余曲面部分群, そしてさらに, その極小準余曲面部分群を考えることで, 射影  $X_n \to X_2 \to X$  に対応する商

$$\Pi_n \twoheadrightarrow \Pi_2 \twoheadrightarrow \Pi_1$$

を群論的に復元することが出来ます (命題 3.2, 3.3 を参照). 実は, ここに現れる, " $\Pi_2 \to \Pi_1$ " を用いることで,  $r_X$ , 特に,  $g_X$  を群論的に復元することが出来ます. それは, 次の命題によります. (証明は, [HM], Lemma 1.3 を参照ください.)

命題 4.2 (射影  $X_2 \to X$  から生じる表現の核).  $\overline{X}$  を X のコンパクト化,  $\overline{\Pi}_1 \stackrel{\mathrm{def}}{=} \pi_1(\overline{X})^{(l)}$  とする. また,  $r_X \neq 0$  と仮定する. この時, 第 1 射影  $X_2 \to X$  から誘導される完全系列

$$1 \longrightarrow \Pi_{2/1} \longrightarrow \Pi_2 \longrightarrow \Pi_1 \longrightarrow 1$$

— ここで,  $\Pi_{2/1}\stackrel{\mathrm{def}}{=} \mathrm{Ker}(\Pi_2 \twoheadrightarrow \Pi_1)$  — から生じる表現

$$\Pi_1 \to \operatorname{Aut}(\Pi_{2/1}^{\operatorname{ab}})$$

の核は、開埋め込み  $X \hookrightarrow \overline{X}$  から誘導される自然な全射

$$\Pi_1 \twoheadrightarrow \overline{\Pi}_1^{ab}$$

の核と一致する. 特に,  $\operatorname{Ker}(\Pi_1 \to \operatorname{Aut}(\Pi_{2/1}^{\operatorname{ab}}))$  の  $\Pi_1^{\operatorname{ab}}$  への像は, 開埋め込み  $X \hookrightarrow \overline{X}$  から誘導される自然な全射  $\Pi_1^{\operatorname{ab}} \twoheadrightarrow \overline{\Pi}_1^{\operatorname{ab}}$  の核

$$\operatorname{Ker}(\Pi_1^{\operatorname{ab}} \twoheadrightarrow \overline{\Pi}_1^{\operatorname{ab}}) \ (\cong \mathbb{Z}_l^{\oplus r_X - 1})$$

と一致する.

それでは、最後に、

$$(g_X, r_X) \in \{(0, 3), (1, 1)\}$$

と仮定しましょう. この場合, 次の命題を用いることで,

$$(g_X,r_X)=(0,3)$$
か あるいは  $(g_X,r_X)=(1,1)$ か

を群論的に判定出来ます.

命題 4.3 (種数 1, カスプの数 1 の双曲的曲線の群論的特徴付け).

- (i)  $\Pi_n^{ab}$  は有限生成自由  $\mathbb{Z}_l$  加群.
- (ii)  $(g_X, r_X) = (1, 1) \Leftrightarrow \operatorname{rk}_{\mathbb{Z}_l} \Pi_n^{\operatorname{ab}} = 2n.$

命題 4.3 の証明は, [HMM] において与えられています.

## 5 群論的復元アルゴリズム

この  $\S$  では、定理 1.9 で述べられている、群論的復元アルゴリズムを具体的に記述します.そのアルゴリズムが、定理 1.9 の条件 (a), (b), (c), (d) をみたしていることは、関連した定義、また、引用されている様々な結果を用いることで、簡単に確認出来ます.

定理 **5.1**  $((n, g_X, r_X)$  の群論的復元アルゴリズム).  $\Delta$  を配置空間群とする. この時,  $\Delta$  を "入 カデータ" とする以下のアルゴリズム (i) (それぞれ, (ii)) は, 定理 1.9 の条件 (a), (b) (それぞれ, (c), (d)) をみたす.

(i) Δ に対し、非負整数からなる集合

$$\{s\in\mathbb{N}\,|\,\mathbb{Z}_l^{\oplus s}$$
と同型な閉部分群  $\subseteq \Delta^{(l)}$ が存在する  $\}$ 

を考える. 命題 2.1 より, この集合は有限集合になる. そこで, その最大値を  $n(\Delta)$  と定める.

以下,  $n(\Delta) \ge 2$  であると仮定する.

(ii)  $\Delta$  に対し、非負整数の組  $(g(\Delta), r(\Delta))$  を次のように定義する:

- $\Delta^{(l)}$  に準余曲面部分群が存在しない場合 (命題 3.3, (i) を参照):
  - $-\operatorname{rk}_{\mathbb{Z}_l}(\Delta^{(l)})^{\operatorname{ab}} = 2 \cdot n(\Delta)$  をみたす時 (命題 4.3 を参照),  $(g(\Delta), r(\Delta)) \stackrel{\operatorname{def}}{=} (1, 1)$ .
  - $\operatorname{rk}_{\mathbb{Z}_l}(\Delta^{(l)})^{\operatorname{ab}} \neq 2 \cdot n(\Delta)$  をみたす時,  $(g(\Delta), r(\Delta)) \stackrel{\operatorname{def}}{=} (0, 3)$ .
- ∆<sup>(l)</sup> に準余曲面部分群が存在する場合:

H を  $\Delta^{(l)}$  の極小な準余曲面部分群 (命題 3.3, (ii) 参照), N を H の極小な準余曲面部分群 (命題 3.2, 命題 3.3, (ii) 参照) とする. また,

$$\Delta_{2/1} \stackrel{\text{def}}{=} H/N, \ \Delta_2 \stackrel{\text{def}}{=} \Delta^{(l)}/N, \ \Delta_1 \stackrel{\text{def}}{=} \Delta^{(l)}/H$$

とおく.

- $\Delta_1$  が自由副 l 群でない時 (補題 4.1 を参照),  $(g(\Delta), r(\Delta)) \stackrel{\text{def}}{=} (\frac{1}{2} \cdot \operatorname{rk}_{\mathbb{Z}_l} \Delta_1^{\text{ab}}, 0)$ .
- $-\Delta_1$  が自由副 l 群である時, 自然な全射  $\Delta_2 \rightarrow \Delta_1$  から生じる表現

$$\Delta_1 \to \operatorname{Aut}(\Delta_{2/1}^{ab})$$

の核の  $\Delta_1^{ab}$  への像を I と書くことにすると (命題 4.2 を参照),

$$(g(\Delta), r(\Delta)) \stackrel{\text{def}}{=} (\frac{1}{2} \cdot (\operatorname{rk}_{\mathbb{Z}_l} \Delta_1^{\text{ab}} - \operatorname{rk}_{\mathbb{Z}_l} I), \operatorname{rk}_{\mathbb{Z}_l} I + 1).$$

## 謝辞

第10回福岡数論研究集会において講演の機会を与えてくださいました,関係者の皆様に感謝いたします.また,本稿の内容は,望月新一氏,星裕一郎氏との共同研究に基づくものです. この場をお借りして,望月新一氏,星裕一郎氏に感謝申し上げます.研究において,筆者は日本学術振興会より特別研究員奨励費16J02375の助成を受けております.

# 参考文献

- [H] 星裕一郎, 絶対 Galois 群による数体の復元, 第 18 回早稲田大学整数論研究集会報告集.
- [HM] Y. Hoshi and S. Mochizuki, Topics surrounding the combinatorial anabelian geometry of hyperbolic curves I: Inertia groups and profinite Dehn twists, In: Galois-Teichmüller Theory and Arithmetic Geometry, 659–811, Adv. Stud. Pure Math, 63, Math. Soc. Japan, 2012.
- [HMM] Y. Hoshi, A. Minamide, S. Mochizuki, *Group-theoreticity of numerical invariants* and distinguished subgroups of configuration space groups, in preparation.
- [MT] S. Mochizuki and A. Tamagawa, *The Algebraic and Anabelian Geometry of Configuration Spaces*, Hokkaido Math. J. **37** (2008), 75–131.
- [NTM] 中村博昭, 玉川安騎男, 望月新一, 代数曲線の基本群に関する Grothendieck 予想, 数 学 **50** (1998), 113–129