On p-adic analytic families of eigenforms of infinite slope*

山上 敦士† (京都産業大学)

Introduction

本稿は, 第 4 回福岡数論研究集会にて講演させていただいた内容をまとめたものである. 術語の解説や命題の証明など内容の詳細については, [15] をご参照いただきたい.

p を奇素数とし, 有理数体 $\mathbb{Q}$ の代数的閉包 $\bar{\mathbb{Q}}$ を p-進数体 $\mathbb{Q}_p$ の代数的閉包 $\bar{\mathbb{Q}}_p$ の部分体としてみなす埋め込み $\bar{\mathbb{Q}} \hookrightarrow \bar{\mathbb{Q}}_p$ を一つ固定し, それから誘導される p-進位相のもとでの $\bar{\mathbb{Q}}_p$ の p-進完備化を $\mathbb{C}_p$ とおく. このとき $\mathbb{C}_p$ には, $\mathrm{ord}_p(p) = 1$ と正規化された p-進付値 ord_p とそれから誘導される p-進絶対値 $|\cdot| := p^{-\mathrm{ord}_p(\cdot)}$ が定義される.

以下, $\mathbb{Z}$ を有理整数環とし, $\mathbb{Z}_p$ を p-進整数環とする. また, $G_{\mathbb{Q}}$ を $\mathbb{Q}$ の絶対 Galois 群とし, $\mathbb{A}$ を $\mathbb{Q}$ 上の adele 環とする.

p-adic analytic families of eigenforms を研究する主な動機として, それらを, 様々な設定の下での $R = T$ 定理の定式化とその証明, すなわち mod p modular Galois 表現の変形の p-adic modularity の研究に活かし, そこから導かれる様々な変形の modularity を活用して整数論的問題の解決を図るという狙いがある.

そのような研究において成功した典型的な例として, Wiles [13] と Taylor-Wiles [12] による Fermat の最終定理を証明した仕事が挙げられる. また, 最近では Khare [8] と Khare-Wintenberger [9], [10] による Serre 予想の解決や Harris-Shepherd-Barron-Taylor [4] と Taylor [11] による Sato-Tate 予想の緩い条件のもとでの解決など, $R = T$ 定理の帰結として導かれる研究の成果には目覚ましい進展が見られる.

さて, 本稿では "p-adic analytic families of eigenforms" という術語をだいたい次の意味で用いることとする:

Definition 0.1. k_0 を 2 以上の整数とし, weight k_0 の正規化された eigenform $f(q) = \sum_{n\geq 0} a_n(f)q^n$ が与えられているとする. ここで, "正規化された" という術語は $a_1(f) = 1$ であることを意味する. このとき, k_0 を初項とするある等差数列 $\mathcal{K}$ で parametrize された weight $k \in \mathcal{K}$ の正規化された eigenform f_k の family $\{f_k\}_{k\in\mathcal{K}}$ が *p-adic analytic family of eigenforms passing through f* であるとは, $k = k_0$ のとき $f_{k_0} = f$ であり, Fourier 展開のなす family $\{f_k(q)\}_{k\in\mathcal{K}}$ か, あるいは付随する Galois 表現のなす family $\{\rho_{f_k}\}_{k\in\mathcal{K}}$ が, 適当な rigid analytic space 上の analytic functions のなす環とみなされるある形式的冪級数のなす環を用いて p-進的に補間されることである.

ここで, p-adic analytic family of eigenforms の例として, Hida family と Coleman family を紹介する. これらの例では, family $\{f_k\}_{k\in\mathcal{K}}$ をなす eigenforms f_k について, 任意の $k \in \mathcal{K}$

*2009 年 8 月 26 日発表.

†The author is supported by Grant-in-Aid for Young Scientists (B) 21740031, and this work is partially supported by JSPS Core-to-Core Program 18005.

に対し f_k の *slope* とよばれる値 $\mathrm{ord}_p(a_p(f_k))$ が一定の値をとることが大きな特徴である.

Remark 0.1. p-adic analytic family of eigenforms は必ずしも固定された slope を持つとは限らないと思われるが, 筆者自身は slope が変動する p-adic analytic family of eigenforms の例をいまだかつて見たことがない.

Example 0.1 (Hida family). Hida [5], [6] により, 以下のような slope 0 の p-adic analytic family of eigenforms が構成された:

N を p と互いに素な正の整数とし, k_0 を 2 以上の整数とする.

$$\Gamma_0(Np) := \{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathrm{SL}_2(\mathbb{Z}) \mid c \equiv 0 \pmod{Np}\}$$

とおき, $S_{k_0}(\Gamma_0(Np))$ を weight k_0, level Np で trivial character をもつ cusp forms のなす空間とする. $S_{k_0}(\Gamma_0(Np))^0$ を $S_{k_0}(\Gamma_0(Np))$ の *ordinary part*, すなわち p での Hecke operator U_p に対する固有値 λ のうち $\mathrm{ord}_p(\lambda) = 0$ となる λ たちに対しての一般固有空間で生成された $S_{k_0}(\Gamma_0(Np))$ の部分空間とする.

$\dim_{\mathbb{C}} S_{k_0}(\Gamma_0(Np))^0 = 1$ と仮定し (例えば, $p = 11, N = 1, k_0 = 12$ のとき, この条件は満たされる), f を $S_{k_0}(\Gamma_0(Np))^0$ に属する正規化された唯一つの eigenform とする. このとき, ある

$$F(X; q) = \sum_{n \geq 1} A_n(X) q^n \in (\mathbb{Z}_p[\![X]\!])[\![q]\!]$$

で, 次の性質を満たすものが存在する: $A_1(X) = 1$ であり, 等差数列

$$\mathcal{K} := \{k_0 + t(p-1) \mid t = 0, 1, 2, \cdots\}$$

の任意の元 k に対し,

$$f_k(q) := F((1+p)^k - 1; q) = \sum_{n \geq 1} A_n((1+p)^k - 1) q^n$$

が $S_k(\Gamma_0(Np))^0$ に属する正規化された eigenform f_k の Fourier 展開と一致し, とくに $k = k_0$ においては $f_{k_0}(q) = f(q)$ である. さらに, $\mathbb{Z}_p[\![X]\!]$ 上定義された既約で $Np\infty$ の外不分岐なある 2 次元 Galois 表現

$$\rho_F : G_{\mathbb{Q}} \to \mathrm{GL}_2(\mathbb{Z}_p[\![X]\!])$$

で, 次の性質を満たすものが存在する: Np と互いに素な任意の素数 l における Frobenius 元 Frob_l に対し, 等式

$$\mathrm{Tr}(\rho_F(\mathrm{Frob}_l)) = A_l(X)$$

が成立し, $\mathcal{K}$ の任意の元 k に対して,

$$\rho_k := \rho_F \pmod{(X - ((1+p)^k - 1))} : G_{\mathbb{Q}} \to \mathrm{GL}_2(\mathbb{Z}_p)$$

は f_k に付随する Galois 表現 ρ_{f_k} と同値になる.

したがって, $\mathcal{K}$ で parametrize された slope 0 の eigenform の family $\{f_k\}_{k \in \mathcal{K}}$ は, Fourier 展開のなす family $\{f_k(q)\}_{k \in \mathcal{K}}$ の p-進補間 $F(X; q)$ と, 付随する Galois 表現のなす family $\{\rho_{f_k}\}_{k \in \mathcal{K}}$ の p-進補間 ρ_F を併せ持った p-adic analytic family of eigenforms passing through f である.

Example 0.2 (Coleman family). Example 0.1 (Hida family) では, slope 0 の eigenform からなる p-adic analytic family を紹介したが, それを一般化したものとして, Coleman [2], [3] により, 任意の非負有理数 α に対して, 以下のような固定された slope α を持つ eigenform からなる p-adic analytic family が構成されている:

記号は Example 0.1 のものを用いることにする. α を任意の非負有理数とし, N を p と互いに素な正の整数とし, $S_{k_0}(\Gamma_0(Np))^{\alpha}$ を $S_{k_0}(\Gamma_0(Np))$ の *slope-α-part*, すなわち p での Hecke operator U_p に対する固有値 λ のうち $\mathrm{ord}_p(\lambda)=\alpha$ となる λ たちに対しての一般固有空間で生成された $S_{k_0}(\Gamma_0(Np))$ の部分空間とする. f を $S_{k_0}(\Gamma_0(Np))^{\alpha}$ に属する正規化された eigenform で, f の conductor は N または Np であるとし, $a_p(f)^2 \neq p^{k_0-1}$ かつ $k_0 > \alpha+1$ を満たすとする (例えば, $p=5, N=1, k_0=12$ で, $\alpha=1$ または $\alpha=10$ のとき, この条件は満たされる). このとき, $\mathbb{Z}_p$ のある有限な整拡大 $\mathcal{O}$ とある非負整数 μ があり, ある

$$F(X;q)=\sum_{n\geq 1} A_n(\frac{X-k_0}{p^{\mu}})q^n \in \mathcal{O}\langle\frac{X-k_0}{p^{\mu}}\rangle[\![q]\!]$$

で, 次の性質を満たすものが存在する: $A_1=1$ であり, 等差数列

$$\mathcal{K} := \{k_0+t(p-1)p^{\mu} \mid t=0,1,2,\cdots\}$$

の任意の元 k に対し,

$$f_k(q) := F(k;q) = \sum_{n\geq 1} A_n(\frac{k-k_0}{p^{\mu}})q^n$$

が $S_k(\Gamma_0(Np))^{\alpha}$ に属する正規化されたある eigenform f_k の Fourier 展開と一致し, とくに $k=k_0$ においては $f_{k_0}(q)=f(q)$ である. ここで,

$$\mathcal{O}\langle\frac{X-k_0}{p^{\mu}}\rangle := \{\sum_{n\geq 0} a_n(\frac{X-k_0}{p^{\mu}})^n \mid a_n\in\mathcal{O},\ |a_n|\to 0\ (n\to\infty)\}$$

とおいた. さらに, $\mathcal{O}\langle\frac{X-k_0}{p^{\mu}}\rangle$ 上定義された既約で $Np\infty$ の外不分岐なある 2 次元 Galois 表現

$$\rho_F : G_{\mathbb{Q}} \to \mathrm{GL}_2(\mathcal{O}\langle\frac{X-k_0}{p^{\mu}}\rangle)$$

で, 次の性質を満たすものが存在する: Np と互いに素な任意の素数 l に対し, 等式

$$\mathrm{Tr}(\rho_F(\mathrm{Frob}_l)) = A_l(\frac{X-k_0}{p^{\mu}})$$

が成立し, $\mathcal{K}$ の任意の元 k に対して,

$$\rho_k := \rho_F \pmod{(X-k)} : G_{\mathbb{Q}} \to \mathrm{GL}_2(\mathcal{O})$$

は f_k に付随する Galois 表現 ρ_{f_k} と同値になる.

したがって, $\mathcal{K}$ で parametrize された slope α の eigenform の family $\{f_k\}_{k\in\mathcal{K}}$ は, Fourier 展開のなす family $\{f_k(q)\}_{k\in\mathcal{K}}$ の p-進補間 $F(X;q)$ と, 付随する Galois 表現のなす family $\{\rho_{f_k}\}_{k\in\mathcal{K}}$ の p-進補間 ρ_F を併せ持った p-adic analytic family of eigenforms passing through f である.

以上の例において, Hida family の slope は 0 であり, Coleman family の slope は任意の非負有理数 α であることを受けて, 次のような問題を考えることは極めて自然なことと思われる:

Question 0.1. f を slope ∞ をもつ正規化された eigenform, つまり $a_p(f)=0$ であるとする. このとき, p-adic analytic family of eigenforms of slope ∞ passing through f を構成できるだろうか？さらに, この p-adic analytic family of slope ∞ を用いて "arithmetic theory of slope ∞" なる理論を展開できるだろうか？

Hida family の構成においては, 考える modular forms をしかるべき群 cohomology の元と捉えたうえで, その群 cohomology の ordinary part に作用する U_p-作用素の振る舞いを計算する際に, slope が 0 であるという条件をふんだんに活かしながら理論が展開された. また, Coleman family の構成においては, ある p-adic modular forms のなす p-adic Banach 空間 の family S 上に作用するコンパクト作用素 U_p に対し, 特性冪級数 $\det(1-XU_p|_S)$ の Newton polygon における有限な slope α の部分に対応する S の slope-α-part 上での U_p-作用素の振る舞いが, p-adic Riesz theory を用いて深く解析された. ここでも, slope α が有限な値であることが本質的な条件として必要不可欠なものであった.

本稿では, p-adic analytic family of eigenforms of slope ∞ の構成に向けて, p-進解析的な手法を用いるうえで, slope が ∞ であることから生じる困難を避ける試みについて, f により生成される $\mathrm{GL}_2(\mathbb{A})$ の保型表現 $\pi(f)$ の p-成分 $\pi(f)_p$ が supercuspidal 表現であるかどうかで場合分けして述べる.

1 $\pi(f)_p$ が supercuspidal 表現でない場合

Introduction の記号をそのまま用いることにする. ν を非負整数とし, f を weight k_0 で level Np^{ν} の cuspidal eigenform で, $\pi(f)_p$ が supercuspidal 表現でないものとする. このとき, 局所 Langlands 対応で $\mathrm{GL}_2(\mathbb{Q}_p)$ の表現 $\pi(f)_p$ に対応する $\mathbb{Q}_p$ の Weil 群 $W_{\mathbb{Q}_p}$ の表現は, $W_{\mathbb{Q}_p}$ の適当な ramified characters χ,χ' を用いて $\chi\oplus\chi'$ あるいは $\chi\oplus\chi|\cdot|$ の形で表される. ここで, 局所類体論により $\mathbb{Q}_p^{\times}$ と $W_{\mathbb{Q}_p}$ とを同一視して, $\mathbb{Q}_p$ 上の絶対値 $|\cdot|$ を $W_{\mathbb{Q}_p}$ 上に誘導した character を同じ記号で $|\cdot|$ と表している.

$W_{\mathbb{Q}_p}$ に制限したとき χ と一致するような Dirichlet character $\tilde{\chi}$ をとり, twisted eigenform $f\otimes\tilde{\chi}^{-1}$ に付随する newform g をとれば, 局所 Langlands 対応で $\pi(f\otimes\tilde{\chi}^{-1})_p$ に対応する $W_{\mathbb{Q}_p}$ の表現は $\mathbf{1}\oplus\chi'\chi^{-1}$ あるいは $\mathbf{1}\oplus|\cdot|$ の形であるから (ここで, $\mathbf{1}$ は trivial character を表す), g の slope はある非負有理数となる. それを α とおくことにする.

このとき, ある条件のもとで, Example 0.2 で述べた Coleman family $\{g_k\}_{k\in\mathcal{K}}$ of slope α passing through g が存在し, $\{g_k\}_{k\in\mathcal{K}}$ の member を一斉に $\tilde{\chi}$ で twist することで, 次の定理が得られる:

Theorem 1.1. 上記の設定のもとで, g の conductor を $\mathrm{cond}(g)$ で表すことにして, 次の条件を仮定する:

もし $p\nmid\mathrm{cond}(g)$ ならば, $\alpha\neq\frac{k_0-1}{2}$ かつ $\alpha<k_0-1$;

もし $p\mid\mathrm{cond}(g)$ ならば, $\alpha<k_0-1$.

このとき, ある非負整数 μ により公差が定まる等差数列 $\mathcal{K}:=\{k_0+tp^{\mu}\mid t=0,1,2,\cdots\}$ で parametrize された p-adic analytic family $\{f_k\}_{k\in\mathcal{K}}$ of slope ∞ passing through f で, 次の性質を持つものが存在する:

(i) $\mathbb{Z}_p$ 上のある有限な整拡大 $\mathcal{O}$ とある冪級数 $F(X;q)\in\mathcal{O}\langle\frac{X-k_0}{p^{\mu}}\rangle[\![X]\!]$ が存在して, 任意の $k\in\mathcal{K}\setminus\{k_0\}$ に対し $F(k;q)=f_k(q)$ が成り立つ;

(ii) ある既約な Galois 表現 $\rho: G_{\mathbb{Q}}\to\mathrm{GL}_2(\mathcal{O}\langle\frac{X-k_0}{p^{\mu}}\rangle)$ で, 任意の $k\in\mathcal{K}$ に対し, $\rho_k:=\rho\ (\mathrm{mod}\ (X-k))$ が ρ_{f_k} と同値となるものが存在する.

Remark 1.1. $\tilde{\chi}$ で twist する議論を用いているため, Theorem 1.1 では明示していないが, f_k たちは f よりも大きな level をもつ eigenforms である. さらに, 性質 (i) において, $k = k_0$ としたとき $F(k_0; q)$ は必ずしも $f(q)$ とは一致しないことに注意.

2 $\pi(f)_p$ が supercuspidal 表現である場合

前節と同じ記号を用いることにする. Section 1 で扱った $\pi(f)_p$ が supercuspidal 表現ではない場合では, character で f を twist することにより, slope が ∞ であることから生じる困難を避けることができた. しかし, この section で扱う $\pi(f)_p$ が supercuspidal 表現である場合には, どのような character で f を twist したとしても, slope が ∞ であるという状況から逃れることはできない. そこで, $\pi(f)$ を適切な実 2 次体に関して base change することを考えてみる.

$\pi(f)_p$ が supercuspidal 表現であるときは, 局所 Langlands 対応で $\pi(f)_p$ に対応する $W_{\mathbb{Q}_p}$ の表現は, $\mathbb{Q}_p$ 上のある 2 次拡大 L 上の ramified character ε により, $\mathrm{Ind}_L^{\mathbb{Q}_p}(\varepsilon)$ の形で与えられる. ここで, $\mathrm{Gal}(L/\mathbb{Q}_p) = \langle\tau\rangle$ として, $\varepsilon^\tau(x) := \varepsilon(\tau x \tau)$ とおいたとき, ε は $\varepsilon \neq \varepsilon^\tau$ を満たすものである.

L 上に制限したもとでの局所 Langlands 対応で, $\mathrm{Ind}_L^{\mathbb{Q}_p}(\varepsilon)|_L = \varepsilon \oplus \varepsilon^\tau$ に対応する $\mathrm{GL}_2(L)$ の表現は principal series 表現 $\pi(\varepsilon, \varepsilon^\tau)$ となる. p が分解しない実 2 次体 F で, p の上の唯一つの素 ideal $\mathfrak{p}$ に対し $F_\mathfrak{p} = L$ となるものをとれば, principal series 表現に付随する Jacquet module は non-trivial であるので, $\pi(f)$ の F に関する base change $\widehat{\pi(f)}$ のある eigenvector として, weight (k_0, k_0) の Hilbert eigenform $\mathfrak{f}$ で, 有限な slope をもち, 付随する Galois 表現 $\rho_\mathfrak{f}$ が $\rho_f|_{G_F}$ と同値であるようなものが存在する. ここで, G_F は F の絶対 Galois 群を表す. また, $\mathfrak{f}$ の slope とは, L の素元 π を一つ固定しておいて, π により定まる Hecke operator $T(\pi)$ に対する固有値の p-進付値のことを指す.

ここから, p-adic analytic family of slope ∞ passing through f を構成する戦略として, 次の二つの steps が考えられる:

Step 1: $\mathfrak{f}$ の slope を α とおく. まず, ある等差数列 $\mathcal{K}$ で parametrize された weight (k, k) の Hilbert eigenform $\mathfrak{f}_k$ からなる p-adic analytic family $\{\mathfrak{f}_k\}_{k\in\mathcal{K}}$ of slope α passing through $\mathfrak{f}$ で, 付随する Galois 表現の family $\{\rho_{\mathfrak{f}_k}\}_{k\in\mathcal{K}}$ を p-進解析的に補間する G_F 上の Galois 表現 ρ を持つものを構成する.

Step 2: 次に, Step 1 で構成した family $\{\mathfrak{f}_k\}_{k\in\mathcal{K}}$ を $\mathbb{Q}$ 上に descent することで, p-adic analytic family $\{f_k\}_{k\in\mathcal{K}}$ of eigenforms of slope ∞ passing through f で, 付随する Galois 表現の family $\{\rho_{f_k}\}_{k\in\mathcal{K}}$ を p-進解析的に補間する $G_\mathbb{Q}$ 上の Galois 表現 $\boldsymbol{\rho}$ で $\boldsymbol{\rho}|_{G_F} = \rho$ となるものを持つものを得る.

Step 1 については, Buzzard [1] の仕事を基礎にして筆者 [14] により得られた p-adic analytic families of Hilbert eigenforms of finite slope の構成法を用いて実行することができる. そこで, Step 1 にあるような family $\{\mathfrak{f}_k\}_{k\in\mathcal{K}}$ とそれに付随する Galois 表現 ρ が得られたとして, Step 2 の実現可能性について考える.

Step 2 にあるような $G_\mathbb{Q}$ 上の Galois 表現 $\boldsymbol{\rho}$ を得るためには, F 上から $\mathbb{Q}$ 上に descent するための条件 $\rho \cong \rho^\tau$ が成り立つことが保証されなければならない. ここで, F のとり方により $\mathrm{Gal}(F/\mathbb{Q}) = \mathrm{Gal}(L/\mathbb{Q}_p) = \langle\tau\rangle$ であり, $\rho^\tau(x) := \rho(\tau x \tau)$ とおいた. しかし, 大変に残念な

ことに, この戦略は次の定理により見事に打ち砕かれることになる:

Theorem 2.1. 上記の状況設定において, G_F 上の写像として $\mathrm{Tr}(\rho) \neq \mathrm{Tr}(\rho^\tau)$ である.

Proof. もし $\mathrm{Tr}(\rho) = \mathrm{Tr}(\rho^\tau)$ であれば, Step 2 にあるような p-adic analytic family $\{f_k\}_{k\in\mathcal{K}}$ of eigenforms passing through f と付随する $G_\mathbb{Q}$ 上の Galois 表現 $\boldsymbol{\rho}$ で $\boldsymbol{\rho}|_{G_F} \cong \rho$ となるものが生じる. このとき, 任意の $k \in \mathcal{K}$ に対して, $\mathfrak{f}_k$ は $\pi(f_k)$ の F に関する base change $\widehat{\pi(f_k)}$ の有限な slope をもつ eigenvector として得られることに注意.

仮定により, $k = k_0$ のとき $\pi(f)_p$ は supercuspidal 表現であるので, [7, Lemma 12.2] により, $\mathfrak{f}$ の slope α は $\frac{k_0-1}{2}$ と等しいことがわかる. 同様に, $k \in \mathcal{K}$ で $k \neq k_0$ なるものに対し, もし $\pi(f_k)_p$ が supercuspidal 表現であれば, $\mathfrak{f}_k$ の slope は $\frac{k-1}{2}$ となり, $\alpha = \frac{k_0-1}{2}$ と相異なる slope となってしまい, family $\{\mathfrak{f}_k\}_{k\in\mathcal{K}}$ が固定された slope α をもつことに矛盾する. したがって, $k \neq k_0$ なるすべての $k \in \mathcal{K}$ について, $\pi(f_k)_p$ は supercuspidal 表現ではない. とくに, ρ_{f_k} を p での分解群 D_p に制限すると可約な表現となる. よって, $\{\rho_{f_k}|_{D_p}\}_{k\in\mathcal{K}}$ を p-進解析的に補間する $\boldsymbol{\rho}|_{D_p}$ は generically に可約となる. しかし, $\pi(f)_p$ が supercuspidal 表現であることから, $k = k_0$ において $\boldsymbol{\rho}|_{D_p}$ を特殊化して得られる $\rho_f|_{D_p}$ は既約な表現であり, 矛盾が生じる. □

結局, $\pi(f)_p$ が supercuspidal 表現である場合は, ここで述べた base change を用いる戦略では p-adic analytic family of eigenforms of slope ∞ passing through f を構成することができないことがわかった.

謝辞

第 4 回福岡数論研究集会におきまして, 講演の機会を与えていただいた主催者の方々, とくに, お声かけいただいた岸康弘氏に心より感謝申し上げます.

参考文献

[1] K. Buzzard, Eigenvarieties, pp. 59–120, *in* “L-functions and Galois Representations” (D. Burns, K. Buzzard and J. Nekovář, Eds.), Cambridge University Press, 2007.

[2] R.F. Coleman, Classical and overconvergent modular forms, *Invent. Math.* **124** (1996), 214–241.

[3] R.F. Coleman, P-adic Banach spaces and families of modular forms, *Invent. Math.* **127** (1997), 417–479.

[4] M. Harris, N. Shepherd-Barron and R. Taylor, A family of Calabi-Yau varieties and potential automorphy, to appear in *Ann. of Math.*.

[5] H. Hida, Iwasawa modules attached to congruences of cusp forms, *Ann. Scient. Ec. Norm. Sup.* 4e série **19** (1986), 231–273.

[6] H. Hida, Galois representations into $\mathrm{GL}_2(\mathbb{Z}_p[\![X]\!])$ attached to ordinary cusp forms, *Invent. Math.* **85** (1986), 545–613.

[7] H. Hida, On p-adic Hecke algebras for GL_2 over totally real fields, *Ann. of Math.* **128** (1988), 295–384.

[8] C. Khare, Serre's modularity conjecture: the level one case, *Duke Math. J.* **134** No. 3 (2006), 557–589.

[9] C. Khare and J.-P. Wintenberger, Serre's modularity conjecture (I), *Invent. Math.* **178** (2009), 485-504.

[10] C. Khare and J.-P. Wintenberger, Serre's modularity conjecture (II), *Invent. Math.* **178** (2009), 505-586.

[11] R. Taylor, Automorphy for some l-adic lifts of automorphic mod l Galois representations II, *Publ. Math. Inst. Hautes Études Sci.* **108** (2008), 183–239.

[12] R. Taylor and A. Wiles, Ring theoretic properties of certain Hecke algebras, *Ann. of Math.* **141** (1995), 553–572.

[13] A. Wiles, Modular elliptic curves and Fermat's last theorem, *Ann. of Math.* **141** (1995), 443–551.

[14] A. Yamagami, On p-adic families of Hilbert cusp forms of finite slope, *J. of Number Theory* **123** (2007), 363–387.

[15] A. Yamagami, On p-adic analytic families of eigenforms of infinite slope, preprint.