

小数

● 60進法

- シュメール・バビロニア数学
- 紀元前2千年頃, 4千年前

● 10進法小数16-17世紀

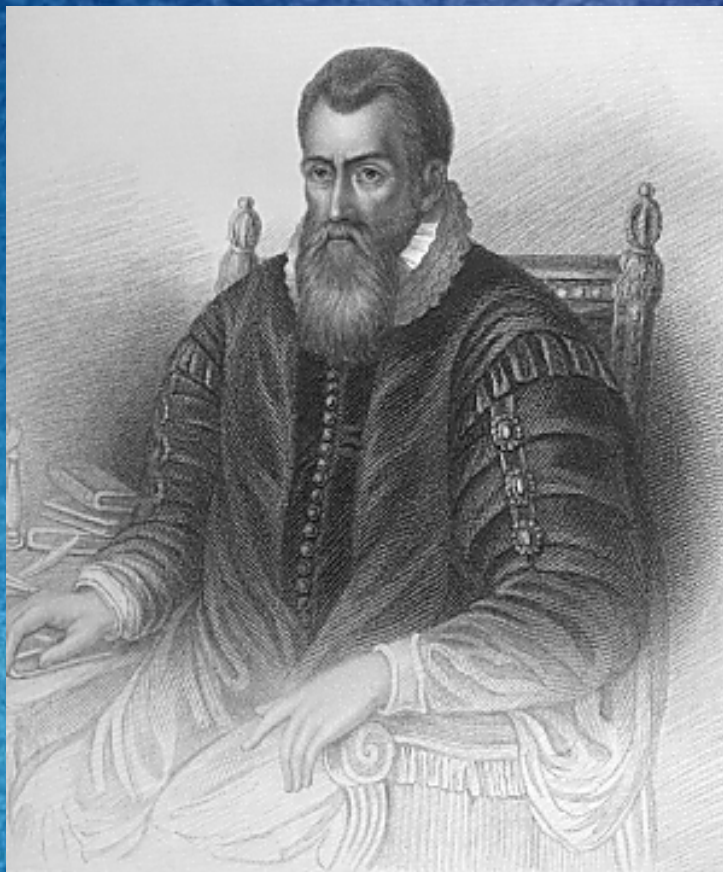
- オランダ Stevin 1585年



1548–1620

小数

- スコットランド John Napier (対数)
- 現代の表記 1605年



(1550–1617)

十進位取り記数法

- 十進位取り記数法
- インド・アラビア数字
- フィリオ・ボナッチ (13世紀, イタリア ピサ市)



『算学啓蒙』

13世紀

- 中国では, 1299年
- 元の朱世傑
- 分, 厘, 毛, 糸, 忽, 微などの単位



小数

- 3学年 「端数処理」
- 量の測定など実用的
 - － 大きさがすぐに分かる
- 計算が簡単
 - － 十進位取り記数法
- 無限概念

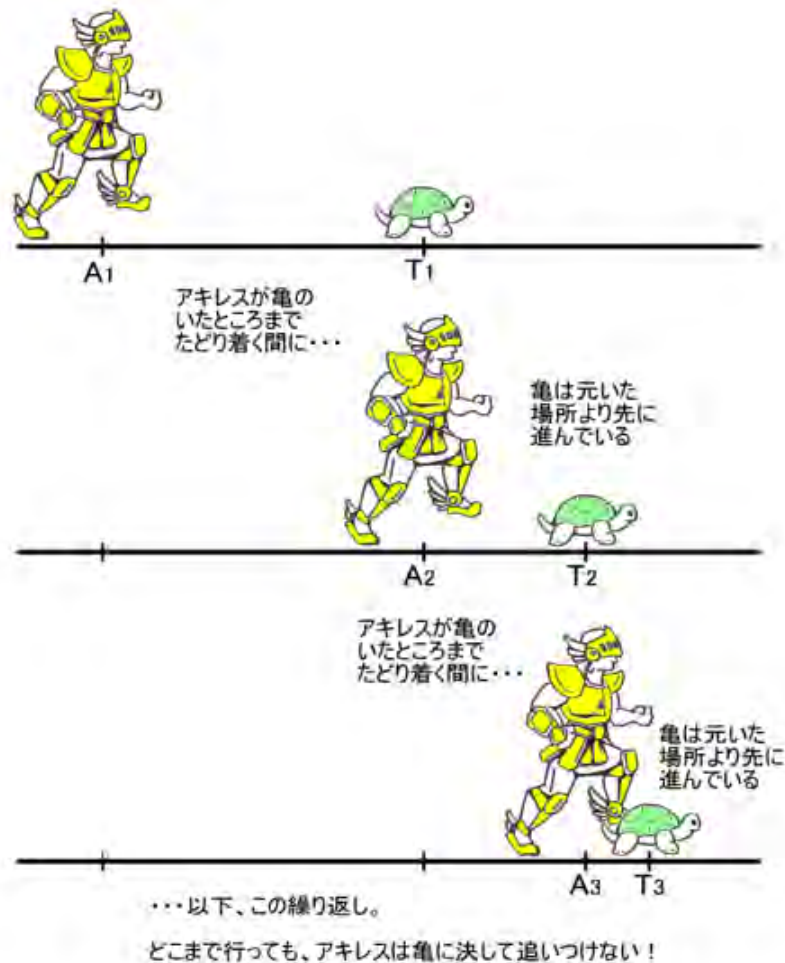
「 $1 = 0.999\cdots$ 」は正しいか

○ $\frac{1}{3} = 0.333\cdots$

○ 両辺に3をかける

○ $1 = 0.999\cdots$

アキレスと亀(ゼノンのパラドックス)



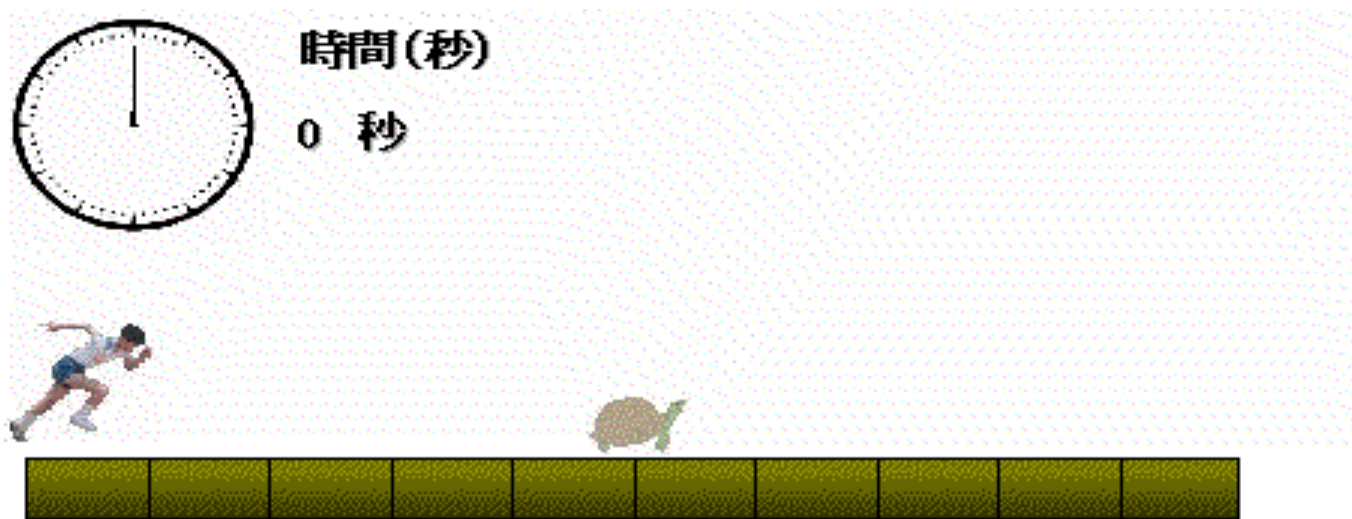
具体的に考えよう

- 議論を明確にするために、アキレスと亀が100m競争をしてみましょう。アキレスは古代ギリシャ随一のスプリンターですから100mを10秒、すなわち10m／秒で走るとします。亀は4m／秒（亀の中では驚異的に足の速い亀です）で走るとします。亀は100mの中央の50m地点からスタートするとします。
- アキレスが亀の位置まで行くのにかかる時間は $50 / 6 = 8.333\cdots$ 秒

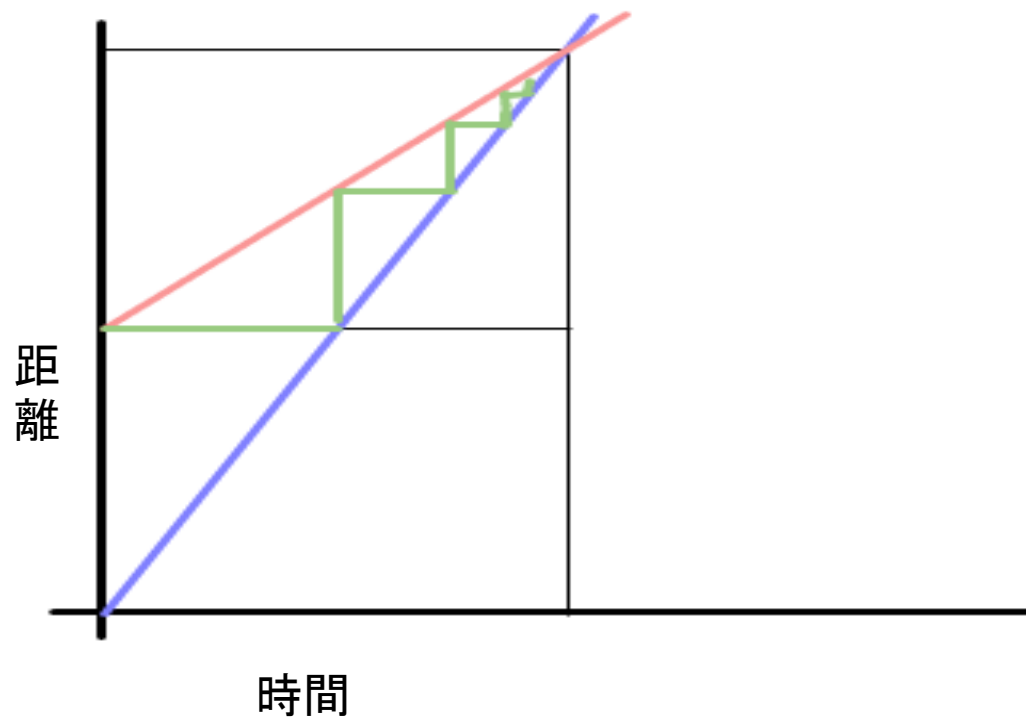
「アキレスは永遠に亀を追い越せない。」

- アキレスと亀が競走をする。
亀は遅いのでアキレスの前方から出発する。
アキレスが亀の出発地点まで行く間に、
亀は少し前へ出ている。前へ出た亀の位置
まで行く間に、亀はさらに少し前へ出る。
……この状況はいつまで経っても変わらない。
従って、アキレスは永遠に亀を追い越せない。

時間の経過が有限になっている



一次関数で考える



ゼノンの逆説を正しく言うと

- 「・・・この状況はいつまでも続くのではなく、有限の時間までであり、それはアキレスが亀に追いつくまでである。」というべきである。
- 古代ギリシャでは、「数字を無限に加えていっても無限に大きくなるとは限らない」ということを論理的に理解することが困難だった。

無限に対する近代思想

- 無限の過程は不可能でも、その結果がどうなるかは理解できる。
- 無限は制御でき、使いこなせる。
- 有限の区間を無限の過程に表現できる。
 - 有限の区間も、無限の区間に分割できる。
- 有限と無限に境を置かない。
- 数学は無限の科学