数学科教育 CIII 用語集（３）

※ 中原忠男(編)(2000).『算数・数学科重要用語 300 の基礎知識』. 明治図書. から抜粋.

■ 実用的目的

数学教育の実用的目的あるいは数学の実用的価値としてすぐに考えられるのは，日常生活に必要な，職業に役に立つ，受験に役に立つ，他教科やより進んだ数学の学習に役に立つ数学的知識・考え方・能力を身につける，であろう。「必要で役に立つ」というのは，どのような人間の育成を，どのような社会でどんな将来に向けて，だれのために目指すかによって考えられなければならない。

今から百年前，ペリー(Perry, J.)は数学の「有用性(usefulness)」について熱く語った。彼のいう数学の「有用性」は実用的・陶冶的・文化的目的を広く包含しているが，実用的目的に限定すれば，人が日常生活および職業において，読み書きしたり，道具を使うようにたやすく「数学の諸方法を使う能力」である。

わが国で，数学と社会の必要との結びつきに教育の基本理念をおいたのは，戦後の昭 26 年の学習指導要領である。島田によると，そこでは「社会の必要（当時の最大課題であった日本の民主化であり，平和国家の建設であった）が数学とどう関わるかということを，1)物事を正確にしていく，2)わかりよく，はっきりと人に伝える，3)労力を節約して，能率をよくする，4)筋道をたてて，人にもわからせるということが民主社会の運営上不可欠であり，数学の発展もそこにあるという捉え方であった。」

さて，今日の社会において，数学教育は「知的道具となる数学の諸方法を使う能力」をどう捉え，だれのために目指そうとしているのだろうか。顕著な動向の一つは，「総合的」を冠する方向である。そこで重要な側面となるのは数学的モデル化または数学モデルの応用であり，生活，社会，科学などの分野の問題を数値化して，言語としての数学に置き換え，将来を予測し，処理する。そこでは「知的道具」として「数学的，テクノロジー的リテラシー」が必要とされる。

カイテル(Keitel, C.)は，高度に数学化された社会では，「数学的な，テクノロジー的な知識・能力をもっているだけでは十分ではない。...数学教育において付け加えられなければならないのは，反省的知識，つまりテクノロジー的な発展を分析し，評価し，暗黙的数学的を再構成し，それらの存在をもたらした意図や利益を明確にすることである。」と指摘する。数学化された社会では，数学的・テクノロジー的知識・手法がどのように，だれの利益のために使われているのかを見極める知識・能力が必要となる。

〈参〉ペリー，クライン(著)(1972).『数学教育改革論』,丸山哲郎(訳).明治図書.
島田茂(1997).「学校数学の中での社会との関連−歴史的回顧−」.長崎栄三(編),『数学と社会的文脈に関する研究』.科学研究費成果報告書.
カイテル,C.(1998).「21 世紀の数学教育の展望−だれのためか，だれの利益か−」.日本数学教育学会『数学教育学論究』.

■ 陶冶的目的

教育の陶冶的目的は人間形成であり，人間が本来もつべきかつもつことが望ましい諸能力を引きだし，伸ばすことであり，数学教育もその一翼を担っている。人格，価値観，態度などの育成，および論理的思考力，判断力，創造力などの育成を含んでいる。陶冶的目的，実用的目的，文化的目的は相互に深い関わりをもち，明確な一線は引けない。また，算数数学を通して諸能力の開発伸長は，どのような学習内容を，どのように指導するのかに大きく依存している。

わが国の算数数学教育の目的で最も重要視してきたのはこの陶冶的側面であろう。以下では，算数科に焦点を当てる。

まず，明治時代の算術教授の目的は，「思考ヲ精確ナラシムル」である。計算中心の訓練によって，精密な思考をする態度を身につけさせるというものである。

教科の内容に関係なく，その教科の学習を通して，そこに普遍的な能力が育成されるという考え方は，大正期に「形式陶冶説」が否定されるに従って後退したが，算数数学ではもちろん精神的な能力の陶冶は避けられない。

その意味での変革が昭和 10 年代の緑表紙の目標「数理思想の開発」に現れた。「数理思想とは，数理を愛し，数理を追求・把握して喜びを感ずる心を基調とし，事実構想の中に数理を見出し，事象を数理的に考察し，数理的に行動しようとする精神的態度である。」関数概念，統計的な表とグラフ，図形など内容も一変した。

昭和 30 年代の「系統化時代」の目標では，算数数学の固有性として「数学的考え方」が明記され，それを「日常生活に生かす態度」が入れられた。内容領域の設定，内容の系統化が行われ，「数学的考え方」の対象及び方向性を示された。

昭和 40 年代の「現代化時代」の目標では，「日常の事象を数理的に捉え，道筋を立てて，統合的，発展的に考察し処理する能力と態度を育てる。」である。「統合的，発展的な考察」は「数学的考え方」の充実のための対応であった。

昭和 50 年代の「ゆとりと充実時代」は，「日常の事象を数理的に捉え，道筋を立てて考え，処理する能力と態度を育てる。」平成元年代では改訂前の目標に「見通し」と「数理的処理のよさ」が加わった。

知・情・意を包括する「数理思想」から，数学の系統からの「数学的な考え方」，新しい数学の概念の考えによる「統合という観点からの発展的な考察」へ，そして現在，「見通しをもち，筋道を立てて考える」「数理的処理のよさが分かる」である。数学観，児童観，教育観の変遷を観ることができる。次期は，探究する楽しさ，創り出す喜びであろうか。中原は，「自律性の育成」「数理認識能力の育成」などを提案している。

〈参〉中原忠男(1995).「何のための算数・数学教育か」.日本数学教育学会編,『戦後 50 年の算数・数学教育』.

■ 転移

学校数学の学習には，その成果が次の学習に影響することが，期待されていることが多い。この影響のことを転移というが，これを否定すれば，知的に発達するという言葉の意味さえ怪しくなる。喩えて言えば，ささやかな学習投資から多くの教育的配当を可能にする，いわば約束手形が，転移と言えよう。

転移という概念が，形式陶冶に学的根拠を与えるため本格的に研究されだしたのは，18 世紀になってからである。ウォルフ(Wolff, C.)にはじまる能力心理学は，精神を数個の独立する能力の集合みなして，練習すれば強化できる筋肉のように考えた。そのため算数や数学によって記憶力や推理力は強化されるとし，その学習の転移も説明された。しかし能力心理学が能力として挙げているものは，心的なプロセスの記述的な分類であって，精神過程を説明する根拠

ではない。いわば物の大小によって，落下速度を論じるようなものであり，物自体に落下能力があるわけではない。

19 世紀初頭，ヘルバルト(Herbart, J.F.)は観念連合説によって，能力心理学を否定する。そのため転移は，教育上あらためて，様々な角度から再検討を迫られることになった。その時期に当たるのが，1890 年から 1920 年の間であり，その間になされた転移実験の成果を纏めると次のようになる。

○ 同一要素説：ソーンダイク(Thorndike, E.L.)は，教材や学習態度そして手続き等に同一の要素があれば転移は起こり易いと考えた。
○ 経験の一般化：ジェイムズ(James, W.)は一場面での経験が一般化されて，他の場面に適用される可能性を指摘した。
○ 転移と時間：研究の材料，方法，対象などによっても異なるが，一般に学習と次の学習との間の時間が短いほど，転移は起こり易い。

しかし，こうした古典的な研究成果は，心理学的には厳密な検証に耐えたかもしれないが，複雑な教科の学習や理解を語るには単純すぎ，役に立ちそうにもない。そのため完全学習(mastery learning)と学習目標(taxonomy)の理論化に貢献したガニェ(Gagne, R.M.)の指摘の方が，数学教育にとって魅力的である。

ガニェは転移に縦と横の区別を設けている。横の転移はある領域の学習能力が，別の領域のこれに並行する能力に関連するというものである。ブルーナー(Bruner, J.S.)の「発見学習は発見する能力を導く」はこれに当たる。一方，縦の転移は，認識に水準を設けて，下位の水準の学習が上位のそれに不可欠とするものである。例えば，ブルーナーの EIS 原理やファンヒーレ(van Hiele)の学習水準は，縦の転移を，記号論の側面や数学的認識論の側面から明らかにしたものと言えよう。

■ 文化的目的

数学教育の目的として最も意識されにくいのが文化的価値の側面であろう。人間の営みとして数学がどのように生まれ，文化をつくり，その発展に貢献してきたのか。数学教育において，文化的遺産を継承し，発展させるとはどういうことなのか。こういった文化的価値にこれまであまり注意が向けられなかったことは事実であろう。

ビショップ(Bishop, A.J.)は，文化的知識としての数学（どの文化的集団によっても持続的，意識的な仕方で普遍的に行われていた活動）としての次の諸点を挙げている。

① 数える（離散的現象を比較し順序づける体系的方法の使用．計算の仕方，ものや紐を用いた記録，特殊な数の名称）
② 位置を示す（空間的な周囲を探索し，概念化し，模型・図・絵・言葉などを使って記号化する）
③ 測る（特殊な単位・測定器具を用い，比較し順序づけ，物質を量化する）
④ デザインする（形を作り，物や空間をデザインし，伝統的な方法で記号化する）
⑤ 遊ぶ（競技者が守らなければならない，多少とも形式化された規則がある）
⑥ 説明する（宗教的，心霊的，科学的な現象の存在を説明する方法を見つける）

「人間の普遍的活動」はさまざまな発展を辿り，その一つとして現在の学校数学に寄与している。また，それは算数数学の学習活動のルーツともいえる。

M.クライン(Kline, M.)は，「数学の文化史」の中で，数学の本質として，「仮定的考察といわれる研究方法」「創造的活動」「記号による言葉」「知識の体系」「合理主義の精神」をあげているが，その源を上の「人間の普遍的活動」にみることができる。クラインは，創造的な活動に駆り立てるものとして，次の点を強調している。「純粋に思索に対する知的好奇心」「美を追求する心」

さて，例えば，問題解決に挑戦する意欲，解決過程で既習の知識・方法を拡張しようとする欲求，解決する知的喜び，ゲームや遊びの知的挑戦と興奮，操作的活動などを通して一般化する過程で美的なものを求める精神作用，文字式で表す簡潔さとよさ，定義と論理的推論によって証明を創り出す正確さと美しさなどを，学習活動で経験し，数学することに価値を見いだすことが重要になる。

文化的目的は，文化的遺産としての数学の知識・方法を単に継承するのではなく，数学的な発見や創造を，喜びや困難さを含めて，学習活動で経験することによって，数学は人間が創り出し，文化のなかで栄えたものとしての価値を認識することが第一であろう。

〈参〉Bishop, A.J.(1988). *Mathematics education and culture*. Kluwer Academic Publishers.
M.クライン(著), 中山茂(訳)(1979).『数学の文化史(上・下)』. 社会思想社.