

高等学校数学科における「行間を読む・補う」 という学習方略・態度の指導

愛知教育大学 教育学研究科
教育実践高度化専攻 教科指導重点コース
理数・自然科学系（数学）
221S025 中條俊希

1



2 目次

1. 本研究の背景と目的
2. 「行間を読む・補う」とは
3. 生徒の実態
4. 指導に関する議論
5. 課題形式の記述調査
6. 今後の課題と本研究の展望

3

1. 本研究の背景と目的

本研究の背景

ここの式変形はなぜこうなるの？

A

B

分からないけど
普通に計算したらこうなるよ

数学的な根拠や理由に基づいて
式変形・公式を適用する生徒が少ない

4 1.本研究の背景と目的

本研究の背景

C

解説の意味が分からない

教科書や問題集における **解法の背景** に
ある数学的な知識を振り返り
解説・解法の行間を補う 学習方略

5 1.本研究の背景と目的

本研究の背景

▶中央教育審議会答申(平成28年12月)より

学力に関する調査においては **判断の根拠や理由を明確に示しながら自分の考えを述べたり** 実験結果を分析して解釈・考察し説明したりすることなどについて課題が指摘されている。

(中央教育審議会(2016),『幼稚園,小学校,中学校,高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について(答申)』)

6 1.本研究の背景と目的

本研究の背景

▶高等学校学習指導要領解説より

問題の解決に当たっては,(問題の本質を把握し)解決の見通しを持つとともに, **確かな根拠から論理的に考察する力** が必要である。

(文部科学省(2019),『【数学編 理数編】高等学校学習指導要領(平成30年告示)解説』,p.28)

推論・判断の根拠や理由を明確にしながら
説明・問題解決したりすること

7 1.本研究の背景と目的

本研究の目的

学習を進める上で,教科書や問題集の解法の背景にある数学的な知識 を振り返り,解説・解法の行間を補うことで, **式変形や主張の根拠を明確にしようとする態度や学習方略** を生徒が身につけることができるような指導の在り方について検討すること

8 2.「行間を読む・補う」とは

国語教育の視点

▶高松(2009)より

行間が読めない

送り手の論理の省略を
受け手が補うことができない状態

論理的思考力・推論する能力
に欠けている

9 2.「行間を読む・補う」とは

高校数学における「行間を読む・補う」

- ▶ 書き手の推論等の **省略に気づく** こと
- ▶ **数学的な根拠・理由** を補い論理的に考えること

10 2.「行間を読む/補う」とは

典型例と捉える活動

1

解答・解説で省略されている説明に
式変形の過程の根拠・理由を補う活動

2

生徒自身の式変形に対して、
改めて根拠を明示的に述べる活動

11 3.生徒の実態

調査目的

式変形の際

- ・「**行間を読む/補う**」ことがどれほどできているか
- ・どのような **事実・法則** 等を根拠としているのか

生徒の実態を把握する

12 3.生徒の実態

調査対象

調査 1

令和 3 年 10 月

調査 2

令和 4 年 1 月

学年	調査 1 人数	調査 2 人数
1 年生	76	75
2 年生	110	117
3 年生	106	—
計	292	192

13 3.生徒の実態

調査 1

【問 1】 $(2x^2)^3$ の計算を,あなたがどのように計算していったのか分かるよう,式変形の過程をできるだけ詳しく書き,計算してください。

【問 2】 問 1 で式変形を行った箇所に,理由・根拠を付け足す形で,言葉で説明してください。

14 3.生徒の実態

調査 1

Lv. 4	一般化された数学的法則・規則を基に式変形を行っている記述がみられる。
Lv. 3	式変形に必要な数学的法則・規則を理解できているが,文字式のような形で一般化されておらず,言語表現を含む記述がみられる。
Lv. 2	指数を乗法に分解することによって説明されている。
Lv. 1	式変形の数学的な根拠・理由が示されていない。

15 3.生徒の実態

レベル別の回答例

Lv. 4

$$(2x^2)^3 = 2^3 \cdot (x^2)^3 \quad (x^a)^b = x^{ab} \text{ となるから}$$

$$= 8x^6$$

Lv. 3

$$(2x^2)^3 = 8x^6$$

$(2x^2)^3$ は $(2)^3 \times (x^2)^3$ なのぞ
 $(2)^3$ は 8、 $(x^2)^3$ は カッコの外の指数は、カッコ内の指数と乗算の計算をするのぞ
 x^6 、

16 3.生徒の実態

レベル別の回答例

Lv. 2

$$(2x^2)^3 = 2x^2 \times 2x^2 \times 2x^2$$

$$= 8x^6$$

$2 \times 2 \times 2 = 8$
 $x^2 \times x^2 \times x^2 = x^6$

17 3.生徒の実態

調査 1

【問 1】 $(2x^2)^3$ の計算を、あなたがどのように計算していったのか分かるよう、式変形の過程をできるだけ詳しく書き、計算してください。

【問 2】問 1 で式変形を行った箇所に、理由・根拠を付け足す形で、言葉で説明してください。

Lv. 4	一般化された数学的法則・規則を基に式変形を行っている記述がみられる。
Lv. 3	式変形に必要な数学的法則・規則を理解できているが、文字式のような形で一般化されておらず、言語表現を含む記述がみられる。
Lv. 2	指数を乗法に分解することによって説明されている。
Lv. 1	式変形の数学的根拠・理由が示されていない。

学年	1 年生	2 年生	3 年生	計
Lv. 4	1	0	5	6 (2.1%)
Lv. 3	8	18	20	46 (15.7%)
Lv. 2	54	65	63	182 (62.3%)
Lv. 1	13	27	18	58 (19.9%)

18 3.生徒の実態

調査 1

- (1) 数学を学習する上で、問 2 のような式変形の理由や根拠を考えることが必要だと考えますか。(n=290)
- (2) 「あてはまる」または「ややあてはまる」を選択した方にお聞きします。数学を学習する中で、実際に式変形の理由や根拠を考えることができますか。(n=243)

	あてはまる	ややあてはまる	あまりあてはまらない	あてはまらない
(1) n=290	115	128	38	9
	いつもできている	時々できている	あまりできていない	できていない
(2) n=243	21	101	101	20

19 3.生徒の実態

調査 1

- (3) 数学の教科書や問題集の解答や解説をみても、自分の力だけでは理解できないことがありますか。

		(3)			
		よくある	時々ある	あまりない	ほとんどない
(2)	いつもできている 時々できている	30	65	21	6
	あまりできていない できていない	47	64	10	0
	計	77	129	31	6
					243

20 3.生徒の実態

調査2

【問1】 $(2x^m)^n$ の計算を,あなたがどのように計算していったのか分かるよう,式変形の過程をできるだけ詳しく書き,計算してください。

【問2】問1で式変形を行った箇所に,理由・根拠を付け足す形で,言葉で説明してください。

21 3.生徒の実態

調査2

Lv. 4	一般化された数学的法則・規則を基に式変形を行っている記述がみられる。
Lv. 3	式変形に必要な数学的法則・規則を理解できているが,文字式のような形で一般化されておらず,言語表現を含む記述がみられる。
Lv. 2'	文字で表されている部分を具体的な数で置き換えて説明している。
Lv. 1	式変形の数学的な根拠・理由が示されていない。

22 3.生徒の実態

調査2

【問1】 $(2x^m)^n$ の計算を,あなたがどのように計算していったのか分かるよう,式変形の過程をできるだけ詳しく書き,計算してください。

【問2】問1で式変形を行った箇所に,理由・根拠を付け足す形で,言葉で説明してください。

Lv. 4	一般化された数学的法則・規則を基に式変形を行っている記述がみられる。
Lv. 3	式変形に必要な数学的法則・規則を理解できているが,文字式のような形で一般化されておらず,言語表現を含む記述がみられる。
Lv. 2'	文字で表されている部分を具体的な数で置き換えて説明している。
Lv. 1	式変形の数学的な根拠・理由が示されていない。

学年	1年生	2年生	計
Lv. 4	1	8	9 (4.7%)
Lv. 3	19	42	61 (31.8%)
Lv. 2'	8	11	19 (9.9%)
Lv. 1	47	56	103 (53.6%)

23 3.生徒の実態

誤答分析

- ア $(a^m)^n = a^{mn}$ の誤理解やミス 9名
- イ $(ab)^n = a^n b^n$ の誤理解やミス 63名
- ウ アとイの両方に関する誤理解やミス 14名
- エ 指数とかけ算が混同している 10名
- オ 無解答 24名

24

4.指導に関する議論

育成したい力と指導の整理

生徒の解答		育成したい力	具体的な指導
Lv.3		式変形の根拠をより明確・適切に言語化する力	教科書や問題集の公式集を参照し、自分の解答に対し、 数学的法則・規則を言語化して補う学習活動
Lv.2		数に置き換えた計算結果を一般化可能なものとする力	計算結果までの過程や、数の置換えから指数が文字の場合の計算結果にどのように結びつくのかを問い、 生徒の思考の流れを整理する指導
誤答	アイウエ	行間を補うための数学的知識の定着	教科書や問題集の公式集を参照し、自分の解答や完成された解答に 式変形の理由や根拠を補う学習活動
	オ	学習方略の基盤形成	授業の流れに沿って、 学習方略が記されたフラッシュカードを提示する

25

5.課題形式の記述調査

調査目的

模範解答に対して

・説明の省略に気づくことができるか

・省略された記述を補うことができるか

生徒の態度形成を図りつつ、実態を調査する

26

5.課題形式の記述調査

調査対象

時期 令和4年9月・10月 全4回

対象 高校2年生

文系20名 理系40名

計60名

27

(1) 次の(問題)に対する模範解答に対して、説明が省略されていてなぜこうなるのか分からない部分や、友人や下級生に教えるとき、このままだと分かりづらい部分に赤ペンで線を引いて下さい。

(2) 線を引いた部分に対して、教科書やノートを参照して、記述の理由や根拠、計算過程を補って下さい。

(問題)

$|\vec{a}|=6$, $|\vec{b}|=3$, $|\vec{c}|=1$, $\vec{a}\cdot\vec{b}=9$, $\vec{b}\cdot\vec{c}=\vec{c}\cdot\vec{a}=0$ のとき、 $|\vec{a}+\vec{b}+2\vec{c}|$ を求めよ。

(解説)

$$|\vec{a}+\vec{b}+2\vec{c}|^2$$

$$=(\vec{a}+\vec{b}+2\vec{c})\cdot(\vec{a}+\vec{b}+2\vec{c})$$

$$=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2+4|\vec{c}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+4\vec{b}\cdot\vec{c}+4\vec{a}\cdot\vec{c}$$

$$=36+9+4+2\cdot 9=67$$

$$|\vec{a}+\vec{b}+2\vec{c}|\geq 0 \text{ であるから } |\vec{a}+\vec{b}+2\vec{c}|=\sqrt{67}$$

5.課題形式の記述調査

調査内容

【問1】次の問題に対する模範解答に対して、説明が省略されていてなぜこうなるのか分からない部分や、友人や下級生に教えるとき、このままだと分かりづらい部分に赤ペンで線を引いてください。

【問2】線を引いた部分に対して、教科書やノートを参照して、記述の理由や根拠、計算過程を補ってください。

5.課題形式の記述調査

調査内容

第1回 合成・分割を利用したベクトルの変形

第2回 ベクトルの大きさと成分表示（デモ）
ベクトルの成分表示とベクトルの平行

第3回 内積を利用したベクトルの大きさの計算

第4回 図形と位置ベクトル

5.課題形式の記述調査

問1

説明の省略に気づき、適切な箇所に下線や矢印を引くことができる

	第1回	第2回	第3回	第4回
引けている	10 (16%)	55 (100%)	41 (77.4%)	34 (75.6%)
引けていない	40 (84%)	0 (0%)	12 (22.6%)	11 (24.4%)
未提出	10	5	7	25

5.課題形式の記述調査

教授方略の抽出

段階	教授方略
授業中の支援	(1)「行間を読む・補う」構造の説明
	(2)「行間を読む・補う」必要性の提示
	(3)「行間を読む・補う」態度の例示と批評
	(4) 教師によるフィードバック
	(5) 学習者の相互評価
	(6) 学習者の記述例の議論

練習

$\vec{a} = (3, 1)$, $\vec{b} = (1, 2)$ と $\vec{c} = \vec{a} + t\vec{b}$ (t は実数) で, $|\vec{c}| = \sqrt{15}$ となる t の値を求めよ。

解説

$\vec{c} = \vec{a} + t\vec{b}$ (教科) ベクトル
 $= (3, 1) + t(1, 2)$ (教科) 成分表示の実数倍
 $= (t+3, 2t+1)$ (教科) 成分表示の和
 よって $|\vec{c}| = \sqrt{(t+3)^2 + (2t+1)^2} = \sqrt{5t^2 + 10t + 10}$
 $|\vec{c}| = \sqrt{15}$ から $\sqrt{5t^2 + 10t + 10} = \sqrt{15}$
 この両辺を 2 乗すると $5t^2 + 10t + 10 = 15$
 ゆえに $t^2 + 2t - 1 = 0$ よって $t = -1 \pm \sqrt{2}$

5.課題形式の記述調査

問 1

説明の省略に気づき、適切な箇所に下線や矢印を引くことができる

	第 1 回	第 2 回	第 3 回	第 4 回
引けている	10 (16%)	55 (100%)	41 (77.4%)	34 (75.6%)
引けていない	40 (84%)	0 (0%)	12 (22.6%)	11 (24.4%)
未提出	10	5	7	25

5.課題形式の記述調査

問 2

Lv. 3	参照した教科書の該当ページが書かれており 正確な根拠を補うことができる
Lv. 2	適切な根拠を補うことができる 式変形を辿ることができる
Lv. 1	適切な根拠を補うことができていない 根拠として不十分である

5.課題形式の記述調査

レベル別の回答例

Lv. 3

p13 ベクトルの平行条件
 $\vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow \vec{b} = k\vec{a}$ とする
 $\vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow \vec{b} = k\vec{a}$ とする

Lv. 2

$\vec{m} \parallel \vec{n}$ のとき, $\vec{n} = k\vec{m}$ とおけるから,

Lv. 1

$(p+3, 4) = k(1, p)$ より p16 74.
 $p+3 = k$ ①,

36 5.課題形式の記述調査

問2

説明が省略されている部分に対して、教科書やノートを参照して、記述の理由や根拠、計算過程を補ってください

		第1回	第2回	第3回	第4回
Lv. 3	参照した教科書の該当ページが書かれており正確な根拠を補うことができています	0 (0%)	34 (61.8%)	23 (43.4%)	15 (33.3%)
Lv. 2	適切な根拠を補うことができています 式変形を辿ることができています	5 (10.0%)	8 (14.6%)	16 (30.2%)	14 (31.1%)
Lv. 1	適切な根拠を補うことができていない 根拠として不十分である	8 (16.0%)	12 (21.8%)	13 (24.5%)	11 (24.5%)
無解答		37 (74.0%)	1 (1.8%)	1 (1.9%)	5 (11.1%)
未提出		10	5	7	15

37 5.課題形式の記述調査

授業実践

時期 課題全4回終了後（10月末）

内容 $4^{2n} \times 2^{-m} \div 8^n$ (ただし m, n は有理数とする。)

生徒自身で問題を解き、自分自身の解答に対して改めて根拠を述べる活動

38 5.課題形式の記述調査

記述の比較

次の計算をせよ。ただし m, n は有理数とする。

$$4^{2n} \times 2^{-m} \div 8^n$$

(解答)

$$\begin{aligned}
 & 4^{2n} \times 2^{-m} \div 8^n \\
 &= (2^2)^{2n} \times 2^{-m} \div (2^3)^n \\
 &= 2^{4n} \times 2^{-m} \div 2^{3n} \\
 &= 2^{4n-m-3n} \\
 &= 2^{n-m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2x^m)^n &= (2^n x^{mn}) \\
 &= 2^n x^{mn}
 \end{aligned}$$

昨年度

課題後

39 5.課題形式の記述調査

課題調査から得られた示唆

- ▶ 例示をすることで、説明の省略に気づき、より高いレベルの記述を補うことが可能となる
- ▶ 習慣的な課題によって、教科書を辿って解答の行間を正確に補おうとする態度の基盤形成につながる

6. 今後の課題と本研究の展望

- ① 模範解答で省略された説明に気づき、教科書を辿って、**より正確な根拠を明らかにしようとする態度を定着させるため**に有効な手段を検討していくこと
- ② **自分自身の解答に対して**、式変形の根拠をより明確に言語化しようとする力を育成するための指導を検討・実践していくこと

引用・参考文献

- 中央教育審議会(2016). 『幼稚園, 小学校, 中学校, 高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について (答申)』
https://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/_icsFiles/afieldfile/2017/01/10/1380902_0.pdf (2022.1.23閲覧)
- 文部科学省(2019). 『【数学編 理数編】高等学校学習指導要領(平成30年告示)解説』 https://www.mext.go.jp/content/1407073_05_1_2.pdf (2022.1.23閲覧)
- 高松正毅(2009). 「文章理解における『行間』と『論理』をめぐって」. 『高崎経済大学論集』, 第52巻, 第3号, 57-68.
- 坂本美紀・山口悦司・山本智一・村津啓太・稲垣成哲・神山真一・西垣順子(2014). 「主張・証拠・理由づけから構成されるアークギュメントの教授方略のデザイン研究: 小学校第5学年理科『振り子』における単元の改善」. 日本科学教育学会誌『科学教育研究』, 第53巻, 第2号, 54-64.